PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 17 — 1. September 1929 — 30. Jahrgang

Redaktionsschluß für Nr. 19 am 15. September 1929.

INHALT:

Bericht über die Physikalische Vortragswoche der Eidg. Technischen Hochschule Zürich vom 1.—4. Juli 1929.

H. Kulenkampff, Untersuchungen über die kontinuierliche Röntgenstrahlung. S. 513.

L. Meitner, Energieverteilung der primären β-Strahlen und die daraus zu folgernde γ-Strahlung. S. 515.

W. Bothe u. W. Kolhörster, Die Natur der Höhenstrahlung. S. 516.

D. R. Hartree, Die Elektrizitätsverteilung im Atom. S. 517.

I. Waller, Theoretische Untersuchungen über die Streuung von Röntgenstrahlen. S. 518.

V. M. Goldschmidt, Geochemische Verteilungsgesetze der Elemente. S. 519.

F. Wever, Polymorphe Umwandlungen des Eisens in ihren Beziehungen zu den Atomradien. S. 520.

R. de L. Kronig, Dispersionstheorie im Röntgengebiet. S. 521.

H. A. Kramers, Die Dispersion und Absorption von Röntgenstrahlen. S. 522.

H. Geiger und W. Müller, Demonstration des Elektronenzählrohrs. S. 523.

R. Swinne, Röntgenspektrum und chemische Bindung. S. 523.

P. Debye, Interferometrische Messungen am Molekül. S. 524.

J. A. Prins, Flüssigkeitsinterferenzen. S. 525.

H. Mark und G. v. Susich, Neue Messungen über die Linienbreite der Röntgenstrahlen. S. 526.

H. Kallmann, Nachweis langsamer Elektronen mit Hilfe des Geigerschen Zählers und Untersuchung der aus dünnen Schichten ausgelösten Photoelektronen. S. 526.

Originalmitteilungen:

R. Seeliger, Bemerkungen zur Langmuirschen Sondentheorie. S. 527.

P. N. Ghosh und P. C. Mahanti, Über die Molekularstruktur dreiatomiger Gase. 1. Teil. S. 531.

N. Campbell, Wasserstoff und die photoelektrische Emission aus Kalium. S. 537.

M. F. Treer, Der Widerstandsbeiwert bei turbulenten Strömungen durch rauhe Kanäle. S. 539.

M. F. Treer, Die Geschwindigkeitsverteilung bei gradlinigen turbulenten Strömungen. S. 542.

H. Kulenkampff u. B. Woernle, Ein Ionisations-Spektrometer für langwellige Röntgenstrahlen. S. 551.

J. Zahradníček, Zwei Demonstrationsversuche. S. 554.

Besprechungen:

Gmelins Handbuch der anorganischen Chemie. 21: Natrium. S. 556.

A. Schmauss u. A. Wigand, Die Atmosphäre als Kolloid. S. 556.

Quantentheorie u. Chemie. S. 558.

E. Lecher's Lehrbuch der Physik für Mediziner, Biologen und Psychologen. S. 558.

A. Sacklowski, Die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen. S. 559.

H. Dingler, Das Experiment, sein Wesen und seine Geschichte. S. 559.

L. Olschki, Galilei und seine Zeit. S. 560.

Personalien. S. 560.

Angebote. S. 560.

BERICHT ÜBER DIE PHYSIKALISCHE VORTRAGSWOCHE DER EIDG. TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZÜRICH VOM 1.—4. JULI 1929[1].

(RÖNTGENSTRAHLEN UND QUANTENTHEORIE.)

H. Kulenkampff (München), Untersuchungen über die kontinuierliche Röntgenstrahlung.

Aus Untersuchungen über die Eigenschaften der kontinuierlichen Röntgenstrahlung dürfen wir Aufschlüsse erwarten über einen seiner Natur nach offenbar sehr einfachen Vorgang: die Ausstrahlung eines freien Elektrons, welches sich im Coulombschen Kraftfelde eines positiven Atomkerns bewegt. Das reichhaltige experimentelle Material ist aber — abgesehen von Untersuchungen über die Grenzfrequenz des Spektrums — wenig geeignet für zuverlässige Schlußfolgerungen über den Elementarprozeß der Emission. Geschwindigkeitsverlust und besonders die Diffusion der Kathodenstrahlen in einer massiven Antikathode verschleiern die wahren Gesetzmäßigkeiten und es ist nötig, durch geeignete experimentelle Bedingungen beide Einflüsse zu eliminieren. Dies läßt sich erreichen durch Verwendung hinreichend dünner Schichten als Antikathode und es ist in letzter Zeit von verschiedenen Seiten das Studium der kontinuierlichen Strahlung unter derartigen Bedingungen in Angriff genommen worden. Die dünne Schicht wurde dabei praktisch realisiert entweder durch Ver-

[1] Das Referat Nr. 4 ist eine Übersetzung des Autoreferats des Verfassers von G. Herzog. Die Referate 9 und 12 sind von F. Bloch, die übrigen sind Autoreferate.

wendung eines *Hg*-Dampfstrahls[1]) oder dünner Metallfolien (*Al*, *Au*)[2]).

I. Über die Gestalt des Spektrums läßt sich aus früheren Untersuchungen an massiven Antikathoden der Schluß ziehen, daß in Annäherung eine Verteilung zu erwarten ist, nach der (in Frequenzeinheiten) die Intensität $i_\nu =$ const im ganzen Spektrum ist. Die zunächst durchgeführten Untersuchungen nach der Filterungsmethode (Duane, Kulenkampff l. c.) konnten diese Vorhersage, soweit eben die Genauigkeit dieser Methode reicht, bestätigen. Nicholas ist es neuerdings gelungen, mit kleinen Seemann-Spektrographen das Spektrum zu photographieren und so direkt das Verteilungsgesetz $i_\nu =$ const zu bestätigen. Die Meßgenauigkeit ist allerdings hier nicht groß, so daß über etwaige feinere Einzelheiten sichere Aussagen noch nicht möglich sind. Die zweifellos vorhandenen Unterschiede für verschiedene Emissionsrichtungen z. B. treten hier nicht, oder nur eben angedeutet, hervor.

II. Derartige Unterschiede zeigten sich bei Untersuchungen über die azimutale Intensitätsverteilung (Kulenkampff l. c.). Diese ergaben die schon früher bekannte Asymmetrie: Das Intensitätsmaximum ist aus der 90°-Richtung in Richtung des Kathodenstrahls verschoben und verlagert sich mit wachsender Kathodenstrahlgeschwindigkeit nach kleineren Azimutwinkeln. Die Verteilungskurven sind hier, bei Ausschaltung der Kathodenstrahldiffusion, sehr eng; für die Grenzwellenlänge scheint die Intensität in den Richtungen 0 und 180° auf den Wert Null herunter zu gehen. Für längere Wellen im Spektrum, die durch selektiv absorbierende Filter ausgesondert wurden, verbreitern sich die Kurven, während gleichzeitig das Intensitätsmaximum auch in diesem Falle nach kleineren Azimuten rückt.

Für diese zunächst auffallende Erscheinung ist kürzlich von Sommerfeld[3]) eine einfache Deutung angegeben worden, die sich auch quantitativ gut mit den bisherigen Beobachtungen deckt. Er macht darauf aufmerksam, daß für die Ausstrahlung mit einer mittleren Geschwindigkeit des Elektrons zu rechnen sei, die als arithmetisches Mittel aus der Anfangsgeschwindigkeit und der nach der Emission eines Quants $h\nu \leq h\nu_0$ verbleibenden Restgeschwindigkeit angenommen wird.

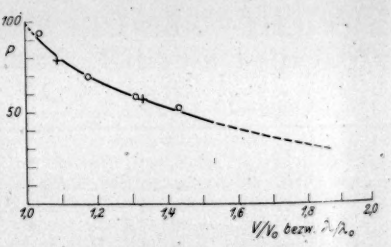
1) W. Duane, Proc. Nat. Acad. **13**, 662, 1927; **14**, 450, 928.

2) H. Kulenkampff, Ann. der Phys. **87**, 597, 1928; W. W. Nicholas, Bureau of Stand. Journ. of Res. **2**, 837, 1929.

3) A. Sommerfeld, Proc. Nat. Acad. **15**, 393, 1929.

III. Die erwähnte Verbreiterung der Verteilungskurven legt die Vorstellung nahe, daß, entsprechend dem anschaulichen Bilde einer Ablenkung in Hyperbelbahnen, die Richtung der Restgeschwindigkeit von der Primärrichtung verschieden ist. Zur Prüfung einer solchen Vorstellung wurden in letzter Zeit Untersuchungen über den Polarisationszustand der Strahlung in Angriff genommen, über die demnächst an anderer Stelle ausführlicher berichtet werden soll. Sie sind durch die geringen Intensitäten sehr erschwert, so daß die Genauigkeit der bisher vorliegenden Resultate noch gering ist.

Eine erste Frage, ob etwa die Strahlung im ganzen Spektrum vollständig polarisiert ist, ist verhältnismäßig leicht zu entscheiden: Eine Untersuchung mit der nur durch die Fenster an der Röntgenröhre und an der Ionisierungskammer, sowie im Streukörper (Graphit) gefilterten Gesamtstrahlung ergab bei 38 kV einen Polarisationsgrad $P = 45$ Proz. Bei zusätzlicher Filterung mit *Al*, also gegen das kurzwellige Ende des Spektrums, nimmt der Polarisationsgrad zu (bei 2 mm *Al* auf $P = 60$ Proz.). Da aber aus Intensitätsmangel keine sehr weitgehende Filterung dieser Art möglich ist, wurden weitere Messungen ausgeführt mit der von Ross[1]) angegebenen Filtermethode (Differenzmessung mit 2 selektiv absorbierenden Filtern). Um einerseits im Spektrum bei 38 kV näher an die kurzwellige Grenze heranzukommen, wurden hier Messungen mit den Filterkombinationen *Pd* — *Sn* bzw. *Sn* — *Al* ausgeführt; andererseits konnte mit der Kombination *Pd* — *Ag* eine Isochromatenmessung von 27 bis 38 kV durchgeführt werden.



In der nebenstehenden Figur sind die bisherigen Ergebnisse beider Meßreihen zusammengestellt, bezogen auf einen einheitlichen Abszissenmaßstab. ($\lambda_0 =$ Grenzwellenlänge, $V_0 =$ Grenzspannung); ob eine Zusammenfassung dieser Art exakt zulässig ist, werden erst ausgedehntere Messungen zeigen können. Die o ent-

1) P. A. Ross, Journ. Opt. Soc. Amer. 16, 433, 1928.

stammen der Isochromatenmessung, die + der Messung im Spektrum; der gestrichelt gezeichnete Verlauf ist in Verbindung hiermit aus den *Al*-Absorptionsmessungen berechnet. An allen Werten (auch den oben genannten) ist eine kleine Korrektion angebracht, die durch die unvermeidliche Winkelbreite der einfallenden und der gestreuten Strahlung bedingt ist.

Die Grenzwellenlänge ist also offenbar vollständig polarisiert (Restgeschwindigkeit des Elektrons nach der Emission = 0), in Übereinstimmung mit einem früheren Meßergebnis von Ross[1]). Nach langen Wellen zeigt sich ein verhältnismäßig starker Abfall, der dem rein qualitativen Eindruck nach wohl verträglich ist mit der oben besprochenen Verbreiterung der Verteilungskurven.

IV. Beim Übergang zur massiven Antikathode ist zu erwarten, daß die an eine Vorzugsrichtung geknüpften Erscheinungen verwaschen werden. Nur in geringem Maße in der Nähe der Grenzwellenlänge, da diese auch bei massiver Antikathode nur aus einer dünnen Oberflächenschicht stammen kann, stärker im langwelligen Teile des Spektrums, da die verlangsamten Elektronen auch stark diffus geworden sind; die Polarisationsmessungen von Ross lassen dies deutlich erkennen. Aber auch die Gestalt des Spektrums ist nicht allein unter Berücksichtigung der Geschwindigkeitsverluste von der dünnen auf die dicke Schicht umzurechnen; auch hier muß sich in der Nähe der Grenzwellenlänge die starke Richtungsabhängigkeit der Intensität noch bemerkbar machen[2]).

Verfolgt man diese Betrachtungen weiter und berücksichtigt man etwa noch, daß auch die Rückdiffusion der Elektronen aus dicker Schicht die Gestalt des Spektrums beeinflussen muß[3]), so bemerkt man, daß Beobachtungen an massiven Antikathoden nur wenige Aussagen über feinere Einzelheiten der Strahlung nahe der Grenzwellenlänge gestatten; im langwelligen Teil dagegen werden die meisten Eigenschaften durch die störende Wirkung der Diffusion überdeckt.

1) P. A. Ross, Journ. Opt. Soc. Amer. **16**, 375, 1928.
2) Vgl. dazu Nicholas, l. c.
3) H. A. Kramers, Phil. Mag. **46**, 836, 1923.

L. Meitner (Berlin), Energieverteilung der primären β-Strahlen und die daraus zu folgernde γ-Strahlung.

Die Frage, ob die Kern-β-Strahlen ebenso wie die α-Strahlen primär eine für den betreffenden radioaktiven Atomkern charakteristische, definierte Geschwindigkeit besitzen, ist in den letzten Jahren Gegenstand theoretischer und experimenteller Untersuchungen gewesen. Ausgangspunkt dieser Untersuchungen war die seit langem aus Ablenkungsmessungen im Magnetfeld bekannte Tatsache, daß die primären β-Strahlen kontinuierliche über weite Bereiche sich erstreckende Geschwindigkeitsspektren besitzen, denen Energiedifferenzen von mehreren Hunderttausend bis eine Million Volt entsprechen. Es war nun zu entscheiden, ob die β-Strahlen schon primär aus identischen Kernen mit so verschiedenen Energien austreten, oder ob die Energieunterschiede durch sekundäre Prozesse hervorgerufen werden. Die erstere (an sich schwierige) Annahme wurde schon vor mehreren Jahren von C. D. Ellis in Cambridge vertreten und zunächst durch mehr indirekte Beweise zu stützen gesucht. L. Meitner hingegen schloß in Analogie mit dem Verhalten der α-Strahlen, daß auch die β-Strahlen primär den Kern mit einer definierten Energie verlassen, und daß die kontinuierliche Energieverteilung durch sekundäre Prozesse bedingt sei. Solche sekundäre Prozesse könnten Energieverluste der primären β-Strahlen beim Durchgang durch die Elektronenhülle des eigenen Atoms sein. Da die Differenzen im Energiespektrum z. B. im Falle des *RaE* über 700 000 Volt betragen, so müßten die primären β-Strahlen den Elektronen der äußeren Hülle sehr erhebliche Energien übertragen, d. h. sie müßten sekundäre β-Strahlen großer Energie erzeugen und außerdem die charakteristische Strahlung in beträchtlicher Intensität anregen. Beide Konsequenzen wurden geprüft. Es wurde einerseits von N. Riehl durch Zählungen mit dem Geigerschen Spitzenzähler gezeigt, daß die Zahl der pro zerfallendes Atom austretenden β-Strahlen beim *RaE* mindestens 1,2 beträgt; es sind also mindestens 20 Proz. sekundär erzeugter Elektronen vorhanden, und aus den Versuchsbedingungen folgte, daß sie mehr als 40 000 Volt Energie besitzen müssen. Aber diese Zahl reicht keineswegs hin, das kontinuierliche β-Strahlspektrum des *RaE* zu erklären, das sich von $2 \cdot 10^5$ Volt bis fast $1 \cdot 10^6$ Volt mit einem Intensitätsmaximum bei etwa 400 000 Volt erstreckt.

Neuere noch nicht publizierte Versuche von S. Bramson zeigen ferner, daß die durch die primären β-Strahlen angeregte charakteristische *K*-Strahlung einer Anregung von höchstens 2 Atomen auf 100 zerfallende Atome entspricht. Also die erwähnten Sekundärprozesse reichen in keiner Weise aus, um ursprünglich homogene β-Strahlen von rund $1 \cdot 10^6$ Volt Energie über den beim *RaE* vorhandenen Energiebereich zu verteilen.

Diese Resultate sprechen also für die von Ellis vertretene Annahme der primären Inhomogenität der Energieverteilung. Diese An-

nahme hatte inzwischen noch eine besondere Stütze erfahren durch eine Arbeit von Ellis und Wooster, in der die von einer bekannten *RaE*-Menge bei völliger Absorption ihrer β-Strahlen entwickelte Wärmemenge direkt gemessen wurde. Kennt man die Zahl der zerfallenden Atome, so läßt sich aus der Wärmemenge die pro Atom, also pro emittierten β-Strahl im Mittel abgegebene Energie berechnen. Ellis und Wooster fanden dafür den Wert von 344000 Volt. Da bei diesen Messungen selbstverständlich alle sekundär abgegebenen Energien miterfaßt werden, so beweist das Resultat von Ellis und Wooster, daß die Energie der β-Strahlen nicht der Höchstenergie im magnetischen Spektrum sondern einem mittleren Werte entspricht.

L. Meitner hat gemeinsam mit W. Orthmann die Wärmemessungen an *RaE* wiederholt, wobei ein besonderer Wert auf die direkte Bestimmung der *RaE*-Menge, also der Zahl der zerfallenden Atome gelegt wurde. Diese Bestimmung stellt den schwierigsten Teil der Untersuchungen dar und ist von Ellis und Wooster durch Verwendung einer Ausgleichsrechnung vermieden worden. Die Meßergebnisse haben die experimentellen Resultate von Ellis und Wooster durchaus bestätigt.

Die primären β-Strahlen haben außerhalb des Atoms kontinuierlich über weite Bereiche verteilte Energien, und es sind keine in der Elektronenhülle sich abspielenden, in ausreichender Weise nachweisbaren Sekundärprozesse vorhanden. Eine etwa im Gebiet zwischen Kern und Elektronenhülle stattfindende Bremsung, die das Inhomogenwerden erklären sollte, müßte das Auftreten einer entsprechenden kontinuierlichen γ-Strahlung mit einer wahrscheinlichsten Wellenlänge von $2 \cdot 10^{-10}$ cm zur Folge haben. Diese γ-Strahlung würde bei den Wärmemessungen nicht erfaßt werden. Es wurde daher von S. Bramson in besonders eingehenden Versuchen auf das Vorhandensein einer solchen γ-Strahlung des *RaE* geprüft, und zwar wieder in solcher Anordnung, daß Intensitätsangaben pro zerfallendes Atom gemacht werden konnten. Die Messungen ergaben das Vorhandensein einer sehr schwachen γ-Strahlung, deren Intensität etwa 2 emittierten Quanten auf 100 zerfallende Atome entspricht. Ihre Durchdringbarkeit in *Cu* weist auf eine Wellenlänge von $5 \cdot 10^{-10}$ cm hin. Ob es sich hierbei tatsächlich um eine kontinuierliche, oder um eine (mehr oder minder) homogene γ-Strahlung handelt, kann durch solche Absorptionsmessungen nicht entschieden werden. Jedenfalls aber genügt die gefundene γ-Strahlung in keiner Weise zur Erklärung der Inhomogenität der primären β-Strahlen. Noch krasser liegen diese Verhältnisse z. B. beim *ThC*.

Man sieht sich also zu dem Schluß gedrängt, daß bei β-Strahlumwandlungen die β-Strahlen primär mit sehr verschiedener, und zwar kontinuierlich verteilter Energie den Kern verlassen. Diese Vorstellung schließt sehr große Schwierigkeiten in sich. Denn die β-strahlenden Substanzen besitzen scharf definierte Zerfallskonstanten, was mit so verschiedenen Energieabgaben schwer verträglich scheint. Ferner gibt z. B. das unmittelbare Folgeprodukt des *RaE*, das Polonium, α-Strahlen ab, die sicher auf einige Promille in ihrer Energie homogen sind, obwohl der Unterschied zwischen der größten und der wahrscheinlichsten Energie der β-Strahlen von *RaE* etwa 12 Proz. der α-Strahlenenergie des Poloniums ausmacht.

Man muß daraus wohl schließen, daß im Atomkern Vorgänge verlaufen nach Gesetzmäßigkeiten, die uns heute noch ganz unbekannt sind.

W. Bothe und W. Kolhörster (Berlin), Die Natur der Höhenstrahlung. (Vorgetragen von W. Bothe.)

Die Höhenstrahlung wurde wegen ihres ungeheuren Durchdringungsvermögens bisher für eine sehr kurzwellige Gammastrahlung gehalten. Unter dieser Annahme sollte in der Atmosphäre eine sekundäre Elektronenstrahlung nachweisbar sein. Das Durchdringungsvermögen dieser Elektronen sollte zwar ebenfalls recht erheblich sein, aber aller Voraussicht nach doch bedeutend kleiner als dasjenige der erzeugenden Gammastrahlung[1]). Um nun das Durchdringungsvermögen dieser Strahlen zu messen, stellten wir zwei Geiger-Müllersche Zählrohre senkrecht übereinander und umgaben sie mit einem dicken Panzer, welcher jegliche radioaktive Umgebungsstrahlung abschirmte. In den Ausschlägen der beiden Zählrohre, welche unter diesen Bedingungen zum größten Teil von der Höhenstrahlung herrührten, traten dann Koinzidenzen auf; ihre Häufigkeit betrug bis zu 22 Proz. der Ausschläge, wenn man korrigiert für die geringe „Reststrahlung" der Zählrohre, welche durch Versuche im Steinsalzbergwerk ermittelt wurde. Aus dieser großen Häufigkeit war zu schließen, daß jede Koinzidenz den Durchgang eines und desselben Korpuskularstrahles durch beide Zählrohre anzeigte. Absorbierende Schichten, zwischen die beiden Zählrohre gebracht, sollten daher die Häufigkeit der Koinzidenzen entsprechend der Absorbierbarkeit der Korpus-

1) In der Tat hat Skobelzyn ganz kürzlich nach der Wilson-Methode eine sehr energiereiche Korpuskularstrahlung nachweisen können, welche er in dieser Weise deutet (Zeitschr. f. Phys. **54**, 686, 1929.)

kularstrahlen herabsetzen. Eine deutliche Abnahme konnte aber erst erzielt werden, als ein Goldblock von 4,1 cm Dicke als Absorber benutzt wurde, und auch dann nur, wenn jede Filterung der Höhenstrahlung vor ihrem Eintritt in die Zählrohre vermieden wurde. Als Massenabsorptionskoeffizient für die Korpuskularstrahlung ergab sich unter diesen Bedingungen $(3{,}5 \pm 0{,}5) \cdot 10^{-3}$ cm²/g, ein Wert, der ganz im Bereich der für die Höhenstrahlung selbst unter ähnlichen Bedingungen gemessenen Absorptionskoeffizienten liegt[1]). Die Häufigkeit der Koinzidenzen als Funktion der Absorberdicke ergibt eine Kurve, welche mit der Absorptionskurve der Höhenstrahlung aus Ionisationsmessungen befriedigend übereinstimmt, wenn man den von Hoffmann und Steinke beobachteten „Übergangseffekt" berücksichtigt[2]). Ferner läßt sich auch schon aus unseren Zählversuchen, nämlich aus den Ausschlägen des unteren Zählrohres auf die Absorbierbarkeit der Höhenstrahlung selbst schließen; es zeigt sich wiederum, daß Höhenstrahlung und Korpuskularstrahlung unter denselben Bedingungen dieselbe Absorbierbarkeit besitzen. Man kann daher die Versuche nicht etwa dahin deuten, daß wir die Sekundärelektronen der harten Komponente der Gamma-Höhenstrahlung beobachtet und deren Absorbierbarkeit nahe gleich derjenigen der weichen Komponente der Höhenstrahlung selbst gefunden hätten. Am einfachsten lassen sich die Ergebnisse so verstehen, daß die Höhenstrahlung korpuskularer Natur ist. Erscheinungen, die dagegen sprechen, sind nicht bekannt. Insbesondere erklären sich die von Steinke, Hoffmann und Lindholm[2]) beobachteten Besonderheiten der Absorptionskurven für die Höhenstrahlung eher noch leichter durch eine Beta- als eine Gammastrahlung.

Auf den Quadratzentimeter der freien Erdoberfläche fallen pro Sekunde rund 0,01 Höhenstrahlungsteilchen. Ihr Ionisationsvermögen beträgt etwa 90 Ionenpaare/cm Normalluft, ihre Energie rechnet nach 10^9 e-Volt. Kommen die Strahlen aus dem weiteren Kosmos, so besteht die Möglichkeit, daß sie in Erdnähe eine nachweisbare Beeinflussung durch das erdmagnetische Feld erfahren, ähnlich wie sie die Theorie der Polarlichter kennt. Magnetische Ablenkungsversuche sollten über das Ladungsvorzeichen der Korpuskularstrahlen Aufschluß geben.

1) Vgl. Die Naturwiss. **17**, 271 (1929).
2) E. Steinke, Zeitschr. f. Phys. **48**, 647, 1928; G. Hoffmann und F. Lindholm, Gerlands Beitr. **20**, 12, 1928.

D. R. Hartree (Cambridge), Die Elektrizitätsverteilung im Atom.

Allgemeine theoretische Formeln für die Auswirkung äußerer Einflüsse (z. B. Strahlung, statische Felder, Elektronen, Ströme) auf Atome, die mit Störungsmethoden berechnet sind, enthalten die Eigenschaften der ungestörten Atome; besonders also die Energien und Wellenfunktion der stationären Zustände und vielleicht auch die Wellenfunktionen der Zustände des kontinuierlichen Bereiches. Die Energiewerte der stationären Zustände können aus Beobachtungen an optischen und Röntgenspektren gefunden werden. Um aber quantitative Werte der Wellenfunktionen zum Vergleich mit Versuchen an Atomen mit vielen Elektronen zu erhalten, muß man angenäherte Wellenfunktionen konstruieren.

Die Lösung des Mehrelektronenproblems ist exakt eine Wellenfunktion im Konfigurationsraum aller Elektronen. Für gewisse Zwecke kann aber eine gute Annäherung gefunden werden, indem man annimmt, daß jedes Elektron eine Wellenfunktion und eine Schrödingersche Ladungsverteilung im eigenen Konfigurationsraume hat, und die Ladungsverteilung aller Elektronen im gewöhnlichen Raume superponiert. Dieser Vorgang ist besonders nützlich bei der angenäherten Lösung des Mehrelektronenproblems selbst und der Berechnung der Amplitude der kohärenten Streuung von Röntgenstrahlen.

Zu dieser Annäherung denkt man sich jedes Elektron in einem stationären Zustand im Feld des Kernes und der Ladungsverteilung der übrigen Elektronen, die durch Superposition entstanden ist. Mit der weiteren Vereinfachung, daß der sphärische Mittelwert der Ladungsverteilung derjenigen Elektronen verwendet wird, die nicht in vollständigen Schalen liegen (die Ladungsverteilung einer vollständigen Schale ist an und für sich kugelsymmetrisch[1]), vereinfachen sich die Wellenfunktionen für die verschiedenen Elektronen zu einem System gewöhnlicher simultaner Differentialgleichungen für die radiale Änderung der Wellenfunktion, jede Gleichung für eine n_k-Gruppe des Atoms. Die Lösung dieses Systems kann numerisch durch eine kombinierte Versuchs- und Rückführungsmethode erfolgen. Das so gefundene atomare Feld wird das „self-consistent" Feld genannt[2]). Gaunt[3]) und Slater[4]) haben gezeigt, daß diese Lösung eine befriedigende erste Annäherung der

1) A. Unsöld, Ann. d. Phys. **82**, 355, 1927.
2) D. R. Hartree, Proc. Camb. Phil. Soc. **24**, 89, 1928.
3) J. A. Gaunt, Proc. Camb. Phil. Soc. **24**, 328, 1928.
4) J. C. Slater, Phys. Rev. **32**, 339, 1928.

exakten Integration ist. Mit der gleichen Näherung kann die Diracsche an Stelle der Schrödingerschen Gleichung verwendet werden: entsprechend der Kugelsymmetrie einer vollständigen n_k-Gruppe würde man dann mit Schrödingers Gleichung eine Kugelsymmetrie für jede Stonersche Unter-Elektronen-Gruppe mit dem gleichen n_{kj} haben[1]).

Berechnungen des „self-consistent" Feldes (mit der Schrödinger-Gleichung) wurden ausgeführt für: He, Li^+, Ne, Na^+, Al^{+++}, K^+, Ca^{++}, Cu^+, Rb^+.

Ein Vergleich der Ladungsverteilung verschiedener Atome erfolgt am besten für jede n_k-Gruppe getrennt. Für ein Elektron einer Gruppe sei $D(r)$ die radiale Ladungsdichte im Abstand r im self-consistent Feld, d. h. $D(r)\,dr$ ist die Ladung in der Kugelschale zwischen r und $r+dr$; ferner sei für den gleichen n_k-Wert $D_H(\varrho)$ die entsprechende Größe im Wasserstoffatom, so daß also $Z_S \cdot D_H(Z_S r)$ die Dichte im Abstand r eines wasserstoffähnlichen Atoms der Kernladung Z_S ist. Es läßt sich zunächst eine Abschirmungszahl $S_S = N - Z_S$ für die betrachtete Gruppe so definieren, daß für ein Atom mit der Atomnummer N das Hauptmaximum von $D_H(Z_S r)$ für den gleichen Radius auftritt, wie das von $D(r)$; weiter kann man die Abweichungen $\Delta D(r) = D(r) - Z_S \cdot D_H(Z_S r)$ der Ladungsverteilung vom wasserstoffähnlichen Atom betrachten. Man findet, daß für eine gegebene n_k-Gruppe S_S langsam mit N wächst und ferner zunimmt mit abnehmender Ionisierung für ein Atom bei festem N. $\Delta D(r)$ ist ungefähr dieselbe Funktion von $Z_S \cdot r$ für alle N-Werte.

Aus der Ladungsverteilung, die dem self-consistent Feld für ein Mehrelektronen-Atom entspricht, kann man das Verhältnis F der Amplitude der kohärenten Streuung von Röntgenstrahlen zur klassischen Streuung durch ein freies Elektron berechnen (dieses Vorgehen wurde von Waller[2]) gerechtfertigt). Diese F-Werte als Funktion von $\sin\vartheta/\lambda$ (2ϑ = Streuwinkel, λ = Wellenlänge) können mit experimentellen Intensitätswerten von Röntgenstrahlreflexionen an Kristallen verglichen werden. Solche experimentelle F-Werte müssen bezüglich der Wärmebewegung der Atome im Kristall korrigiert werden. Diese Korrektion hängt von der Annahme einer von Null verschiedenen oder nicht verschiedenen Nullpunktsenergie ab. Der Unterschied wird am größten für große Einfallswinkel, wo die theoretischen F-Werte am sichersten sind. Die Beobachtungen an $NaCl$[1]), KCl[2]) und Al[3]) weisen bestimmt auf das Vorhandensein der Nullpunktsenergie. Benützt man dieses Ergebnis, um experimentelle F-Werte bei kleineren Winkeln zu bestimmen, so findet man sehr gute Übereinstimmung mit den gerechneten Werten, denen die Ladungsverteilung des self-consistent Feld zugrunde liegt.

1) D. R. Hartree, Proc. Camb. Phil. Soc. **25**, 225, 1929.
2) I. Waller, Zeitschr. f. Phys. **51**, 213. 1928.
1) R. W. James, I. Waller u. D. R. Hartree, Proc. Roy. Soc. **118**, 334. 1928.
2) R. W. James u. G. W. Brindley, Proc. Roy. Soc. **121**, 155, 1928.
3) R. W. James (noch nicht publiziert).

I. Waller (Uppsala), Theoretische Untersuchungen über die Streuung von Röntgenstrahlen.

Durch die neueren Methoden der Quantentheorie wurde es möglich, eine Formel für die Streuung von Strahlung durch ein Atom oder ein Atomsystem abzuleiten, welche auch für solche Wellenlängen der einfallenden Strahlung gültig bleibt, die von derselben Größenordnung oder kürzer sind als die Dimensionen des streuenden Systems. Diese Formel stellt eine Erweiterung der Kramers-Heisenbergschen Formel auf das Gebiet kurzer Wellen dar.

Der Kürze wegen betrachten wir den Fall, wo das streuende System ein Atom (mit N Elektronen und ruhendem Kern) ist, das sich anfangs im Normalzustand befindet. Der elektrische Vektor der einfallenden Welle sei durch den reellen Teil von $\mathfrak{E}_0 e^{2\pi i \nu\left(t-\frac{\mathfrak{s}\mathfrak{r}}{c}\right)}$ gegeben, wobei $\mathfrak{r}$ ein vom Kern gezogener Vektor sei. Der Normalzustand des Atoms sei durch den Index n charakterisiert. n', n'' bedeuten beliebige Zustände des Atoms. Die Streustrahlung läßt sich durch eine Summe von Dipolmomenten $\sum_{n'}^{E_{n'}<E_n+h\nu} \mathfrak{d}_{nn'}$ charakterisieren, von denen die reellen Teile zu nehmen sind. Ein einzelnes Dipolmoment $\mathfrak{d}_{nn'}$ gibt eine Streustrahlungskomponente, die dem Übergang des Atoms in den Zustand n' unter Aufnahme eines Lichtquants $h\nu$ und Abgabe eines Quants $h\nu_{nn'}$ entspricht (Smekalsprünge). Demnach ist $\nu_{nn'} = \nu + \frac{E_n - E_{n'}}{h}$, wenn $E_{n'}$ allgemein der Energiewert des Zustandes n' ist. Diejenige Formel für $\mathfrak{d}_{nn'}$, welche die Streustrahlung in der Richtung $\mathfrak{s}'$ bestimmt, ist[1])

1) Waller, Zeitschr. f. Phys. **51**, 213. 1928. Phil. Mag. V, 1228, 1927. Andere Streuformeln wurden von G. Wentzel (Zeitschr. f. Phys. **43**, 1 u. 778) 1927 gegeben, und zur Diskussion gewisser Seiten dieses Problems benützt.

$$\mathfrak{d}_{nn'} = -\frac{e^2}{4\pi m \nu \nu_{nn'}}\left\{\mathfrak{E}_0 \alpha_{nn'} + \frac{1}{mh}\sum_{n''}\left[\frac{(\mathfrak{E}_0 \mathfrak{A}_{nn''})\,\mathfrak{B}_{n''n'}}{\nu_{nn''}+\nu} + \frac{\mathfrak{B}_{nn''}(\mathfrak{E}_0 \mathfrak{A}_{n''n'})}{\nu_{n'n''}-\nu}\right]\right\} e^{2\pi i \nu_{nn'} t}, \quad (1)$$

wobei $\sum_{n''}$ eine Summation über sämtliche Zustände des Atoms angibt. Ferner ist dabei, wenn $\mathfrak{r}_j$ die Lagevektoren der einzelnen Elektronen des Atoms und $\mathfrak{p}_j$ die entsprechenden Impulse sind,

$$\alpha_{nn'} = \left(n \left| \sum_{j=1}^{N} e^{\frac{2\pi i}{c}(\nu_{nn'}\mathfrak{s}' - \nu\mathfrak{s})\mathfrak{r}_j} \right| n'\right),$$

$$\mathfrak{A}_{nn''} = \left(n' \left| \sum_j \mathfrak{p}_j e^{-\frac{2\pi i \nu}{c}\mathfrak{s}\mathfrak{r}_j} \right| n''\right)$$

$$\mathfrak{B}_{n''n'} = \left(n' \left| \sum_j \mathfrak{p}_j e^{\frac{2\pi i \nu_{nn'}}{c}\mathfrak{s}'\mathfrak{r}_j} \right| n''\right),$$

wobei wir die Diracsche Bezeichnung von Matrixelementen benutzt haben.

Für lange Wellen geht (1) in die Formel von Kramers und Heisenberg über. Die Vernachlässigungen, die bei der Ableitung von (1) gemacht worden sind, bewirken, daß die Streuformel nur für Wellenlängen, die nicht zu kurz sind, und für nicht zu schwere Atome Gültigkeit beanspruchen kann.

Die Berücksichtigung des kontinuierlichen Spektrums fordert gewisse (wesentlich formale) Modifikationen der Streuformel.

Die kohärente Streustrahlung wird durch das Dipolmoment $\mathfrak{d}_{nn}$ (mit $n' = n$) gegeben. In den praktisch wichtigsten Fällen, (wo $\nu >> \nu_k$, ν_k = K-Absorptionskante des Atoms) genügt für $\mathfrak{d}_{nn}$ der abgekürzte Ausdruck

$$\mathfrak{d}_{nn} = -\mathfrak{E}_0 \frac{e^2}{4\pi m \nu^2} \alpha_{nn} e^{2\pi i \nu t}, \quad (2)$$

so daß $\alpha_{nn} = F$ gesetzt werden kann, wobei F der in der Theorie der Röntgeninterferenzen übliche F-Faktor ist. Ferner ergibt sich für dieses F die Formel

$$F = \int W(xyz) e^{\frac{2\pi i \nu}{c}(\mathfrak{s}' - \mathfrak{s})\mathfrak{r}} dx\,dy\,dz, \quad (3)$$

wobei $W(xyz)$ die quantenmechanische Wahrscheinlichkeit für das Auffinden irgendeines Elektrons des Atoms in der Volumeinheit beim Punkte xyz ist. Man erhält so einen direkten Anschluß an die klassische Regel zur Berechnung von F, welche von Debye u. a. angegeben wurde. Es ist nach (3) die quantenmechanische Verteilungsfunktion der Elektronen statt der klassischen einzuführen. Ferner ist wohl zu beachten, daß nur die kohärente Streustrahlung, und zwar nur für $\nu >> \nu_k$ sich aus dieser Verteilungsfunktion $W(xyz)$ berechnen läßt; für die gesamte Streustrahlung, die z. B. bei Streuung durch Gase beobachtet wird, gilt diese Regel nicht mehr.

Durch die von Hartree angegebene Annäherungsmethode zur Behandlung des Mehrelektronenproblems in der Quantentheorie erhält man einen angenäherten Ausdruck für die Verteilungsfunktion $W(xyz)$. Der Vergleich der so berechneten F-Werte mit denjenigen, die aus den Messungen von James und Firth durch möglichst genaue Berücksichtigung der Wärmebewegung der Kristallatome erhalten worden sind, hat eine sehr befriedigende Übereinstimmung zutage gebracht[1]). (Eine Abschätzung der in (2) weggelassenen Glieder im Ausdruck für $\mathfrak{d}_{nn}$ (d. h. derjenigen Glieder, welche in $\sum_{n''}$ eingehen) hat gezeigt, daß diese für den Vergleich mit jenen Messungen unwesentlich sind.)

Für genügend hohe Frequenz der einfallenden Strahlung besteht die Streustrahlung aus einer verbreiterten Comptonlinie, die durch Smekalsprünge des Atoms nach Zuständen des kontinuierlichen Spektrums zustande kommt. Die Verbreiterung steht in Beziehung zur quantenmechanischen Impulsverteilung im Ausgangszustand des Atoms (Phil. Mag. l. c.).

Neuerdings wurde aus der allgemeinen Streuformel eine angenäherte Formel für die Intensität der gesamten Streustrahlung angegeben[2]), welche im Falle der Streuung durch Argon numerisch ausgewertet wurde. Diese Ergebnisse stimmen gut mit den experimentellen Resultaten von Herzog[3]) überein, dem es gelungen ist, genaue Messungen der Gesamtstreuung durch Argon auszuführen.

1) R. W. James, I. Waller und D. R. Hartree, Proc. Roy. Soc. (A) 118, 334, 1928.
2) I. Waller und D. R. Hartree, Proc. Roy. Soc. (A) **124**, 119. 1929.
3) G. Herzog, Helv. Phys. Acta II, 169, 1929. Zum Zwecke des Vergleichs mit diesen Messungen wurden von Prof. Hartree noch einige Punkte auf der theoretischen Kurve bestimmt.

V. M. Goldschmidt (Göttingen und Oslo). Geochemische Verteilungsgesetze der Elemente.

Der Vortrag behandelt die Frage, welche Gesetzmäßigkeiten für das Mengenverhältnis der chemischen Elemente und für die Verteilungsweise der chemischen Elemente in irdischem und kosmischem Materiale bestimmend sind. Im Laufe der Entwicklungsgeschichte der Erde ist zunächst eine Sonderung der Elemente nach physikalisch-chemischen Affinitäts-Eigenschaften

eingetreten, gekennzeichnet durch die Entmischung des Erdballes in mehrere flüssige Phasen und eine Dampfphase und durch die Verteilungsweise der einzelnen Elemente entsprechend einem Verteilungs-Gleichgewichte zwischen diesen Phasen. Man kann in diesem Sinne siderophile, chalkophile, lithophile und atmophile Elemente unterscheiden, je nachdem ob dieselben vorzugsweise in die Eisenschmelze, in geschmolzenes Eisenmonosulfid, in Silikatschmelzen oder in die Dampfphase eintreten. Es wurde dies Verhalten besonders an den Beispielen der Palladium- und Platin-Elemente, sowie an den Elementen der Eisenfamilie erörtert. Später als die Trennung durch solche Verteilungsgleichgewichte zwischen amorphen Phasen tritt eine Trennung der Elemente ein, die durch fraktionierte Kristallisation von Schmelzflüssen und Gasphase bedingt wird. Hier kommt wiederum eine neue Art der Stoffsonderung in Betracht, für welche die Isomorphie-Beziehungen maßgebend sind. Die Größe der einzelnen Atomarten und Ionenarten bestimmt hierbei die Verteilungsweise der einzelnen Elemente. Bei der fraktionierten Kristallisation des Silikatschmelzflusses tritt eine Trennung in Elemente der Frühkristallisationen, der Hauptkristallisationen und der Restkristallisationen ein, letztere umfassen alle jene Elemente, deren Atome bzw. Ionen am stärksten in den Mutterlaugen des Schmelzflusses angereichert werden, also besonders große oder besonders kleine Kristallbausteine darstellen. Durch diesen Vorgang werden solche Elemente wie einerseits Beryllium, Bor, Lithium, anderseits Uran, Thorium, seltene Erdmetalle in den pegmatitischen Magmaresten, wie auch überhaupt in granitischen und syenitischen Gesteinen angereichert, und durch diese Anreicherung in spezifisch leichten Restmagmen und Restlaugen können solche, an sich besonders schwere Atomarten, wie Uran und Thorium in den allerobersten Teilen des Silikatmantels der Erde angesammelt werden.

Es wurde darauf hingewiesen, daß die geochemische Forschung in besonderem Maße der Röntgenphysik zu Danke verpflichtet sei, weil einerseits die röntgenspektrographischen Methoden der chemischen Analyse, anderseits die Bestimmung der Atom- und Ionen-Dimensionen an Kristallgittern grundlegendes Tatsachenmaterial für die heutige Geochemie geliefert haben.

Professor V. M. Goldschmidt gab in der Einleitung zu einem Colloquium am 5. Juli einen Bericht über die Ableitung der Atomradien und Ionenradien, die für die Raumerfüllung in Kristallgittern maßgebend sind und behandelte besonders die Frage, wie Art, Anzahl und Anordnungsweise der Nachbar-Atome die Raumbeanspruchung eines Atomes beeinflussen. In einer Reihe verschiedener Arten von Kristallgittern wird beobachtet, daß bei zunehmender Nachbaranzahl, also steigender Koordinationszahl, der Radius des einzelnen Atomes zunimmt.

F. Wever (Düsseldorf), Polymorphe Umwandlungen des Eisens in ihren Beziehungen zu den Atomradien[1]).

Für eine Systematik der Eisenlegierungen auf atomphysikalischer Grundlage stellt der Polymorphismus des Eisens den geeigneten Ausgangspunkt dar: Die Legierungselemente lassen sich in ihrer Wirkung auf die polymorphen Umwandlungen in zwei Gruppen einteilen, von denen die erstere den Bereich der kubisch-flächenzentrierten γ-Modifikation erweitert, während die andere Gruppe die Stabilität des raumzentrierten α-Eisens erhöht und dementsprechend die Umwandlungen nach der Seite der γ-Phase verschiebt. In beiden Fällen ist eine weitere Unterscheidung dahin möglich, ob die Löslichkeit des Legierungselementes zu einer vollständigen Auswirkung seines Einflusses ausreicht, oder aber ob die Umwandlungslinien am Rande eines Gebietes heterogener Zustände endigen.

Es liegt nahe, die Ursache für das verschiedenartige Verhalten der Legierungselemente in ihrem Kristallbau zu vermuten. In der Tat gehört der überwiegende Teil der mit dem γ-Eisen isomorphen Elemente dem ersteren Typus und die mit dem α-Eisen isomorphen Elemente, soweit sie überhaupt löslich sind, dem letzteren Typus an. Damit scheint der nach den Erfahrungen über das Verhalten der Salze bei der Mischkristallbildung naheliegende Schluß, daß Zusätze die Stabilität der mit ihnen isomorphen Phase erhöhen, auch für metallische Systeme Gültigkeit zu besitzen. Bei näherer Kritik befriedigt diese Erklärung jedoch nur in den seltenen Fällen mit vollkommener Mischbarkeit; sie versagt vollkommen bei der großen Anzahl von Elementen, die mit keiner der beiden Eisenmodifikationen isomorph sind.

Eine eingehende Kritik der bisher vorliegenden Beobachtungen führt nunmehr zu der Feststellung, daß eindeutige Beziehungen zwischen dem Atomradius eines Elementes und seinem Einfluß auf das Eisen vorhanden sind: Die Ele-

1) F. Wever, Arch. Eisenhüttenwes. **2** (1928/29), S. 739; Naturwissensch. **17**, (1929), S. 304; F. Wever u. A. Heinzel, Mitt. K. W.-Inst. Eisenforsch. **11** (1929), demnächst.

mente des ersteren Typus finden sich ausnahmslos in der Nähe der Minima auf der Atomradienkurve, während die Elemente der letzteren Art auf den auf- bzw. absteigenden Ästen liegen und den Übergang zu den im Eisen unlöslichen Elementen mit sehr großen Atomradien vollziehen. Für das Verhalten der Metalle bei der Mischkristallbildung ist danach in erster Linie der Atomradius maßgebend.

R. de L. Kronig (Utrecht), Dispersionstheorie im Röntgengebiet.

Das Problem der Dispersion materieller Medien im Gebiete der Röntgenfrequenzen kann ebenso wie im Gebiete der optischen Frequenzen in zwei Teile zerlegt werden: 1. Die Untersuchung der von einem einzelnen Atom unter dem Einfluß einer ebenen, linear polarisierten, monochromatischen elektromagnetischen Welle ausgesandten Sekundärwellen; 2. die Bestimmung der Änderungen, welche die Sekundärwellen vieler Atome durch Interferenz in der Primärwelle erzeugen.

Der erste Teil des Problems hat durch Waller[1]) und durch Waller und Hartree[2]) für den Fall eines Atoms mit Z-Elektronen unter Vernachlässigung relativistischer Korrektionen eine ausführliche Behandlung erfahren. Diese Verfasser zeigen, daß die Sekundärwellen Kugelwellen sind, die teils dieselbe Frequenz haben wie die einfallende Welle (kohärente Streustrahlung), teils modifizierte Frequenzen (inkohärente Streustrahlung). Für die Dispersion kommt nur die kohärente Streustrahlung in Betracht, da nur sie imstande ist, die einfallende Welle durch Interferenz zu beeinflussen. Man beschreibt sie am zweckmäßigsten, indem man für jede Richtung ein mit der Frequenz der einfallenden Welle schwingendes Dipolmoment angibt, das nach der klassischen Strahlungstheorie eben das in der betreffenden Richtung vorhandene Strahlungsfeld erzeugen würde. Im Gegensatz zum Verhalten der Atome im Gebiete der optischen Frequenzen hängt dies Dipolmoment im Röntgengebiet wesentlich von der Richtung ab. Die oben genannten Verfasser geben Formeln für die Stärke des Dipolmoments als Funktion der Frequenz der einfallenden Welle und der Richtung, unter der die Sekundärstrahlung beobachtet wird.

Um den Einfluß vieler Atome auf die Primärwelle zu studieren, ist es im Röntgengebiet gestattet, den Brechungsindex aus der Phasenverschiebung zu berechnen, welchen die Primärwelle durch diejenigen Atome erleidet, deren Kerne innerhalb einer im Vergleich zur Wellenlänge dünnen, senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung konstruierten Schicht gelegen sind. Denn die Tatsache, daß der Brechungsindex dort sehr nahe gleich 1 ist, bedeutet ja, daß der auf dem Mitschwingen der Atome beruhende gegenseitige Einfluß aufeinanderfolgender Schichten in einem dicken Medium klein ist verglichen mit der Wirkung der Primärwelle. Zur Berechnung der Phasenverschiebung superponiert man die Kugelwellen der einzelnen Atome in genügendem Abstande von der Schicht zu einer ebenen Sekundärwelle. Dabei zeigt es sich, daß das elektromagnetische Feld in einem entfernten Punkte auch hier im wesentlichen herrührt von den Atomen, die innerhalb eines um den durch den Aufpunkt gehenden Strahl beschriebenen Kegels von sehr kleinem Öffnungswinkel in der Schicht gelegen sind. Dies gilt, obwohl, wie wir sahen, nicht mehr das Dipolmoment, welches die von den einzelnen Bezirken der Schicht zum Aufpunkt gelangenden Streustrahlung bestimmt, über die ganze Schicht konstant ist. Durch Superposition der ebenen Sekundärwelle und der Primärwelle und Bestimmung der Phasenverschiebung erhält man für den Brechungsindex n

$$2\delta = 2(1-n) = -\frac{4\pi N \mathfrak{d}_0}{\mathfrak{E}},$$

wobei N die Zahl der Atome pro Volumeneinheit, $\mathfrak{E}$ die elektrische Feldstärke der Primärwelle und $\mathfrak{d}_0$ dasjenige Dipolmoment eines Atoms bedeutet, das die Streustrahlung in der Richtung der einfallenden Welle bestimmt.

Für Frequenzen ν der einfallenden Strahlung, die groß sind verglichen mit der Ionisierungsfrequenz ν_k der K-Elektronen folgt aus der Waller-Hartreeschen Formel mit einem Fehler von der Größenordnung $\frac{\nu_k}{\nu}$

$$2\delta = 2(1-n) = \frac{Ze^2}{\pi m \nu^2},$$

wo e und m Ladung und Masse des Elektrons bedeuten. Dies Ergebnis stimmt überein mit demjenigen, das die klassische Theorie liefern würde, wenn alle Elektronen frei wären.

Wird ν vergleichbar mit den Frequenzen gewisser Elektronen im Atom, z. B. der K-Elektronen, so tritt anomale Dispersion auf. Derjenige Anteil von δ, der von den K-Elektronen herrührt, ist dann auf Grund der Waller-Hartreeschen Streuformel

$$2\delta_k = 2(1-n_k) = \frac{c}{\pi^2}\int_{\nu_k}^{\infty} \frac{\alpha_k(\omega)\, d\omega}{\nu^2 - \omega^2},$$

1) J. Waller, Phil. Mag. **6**, 1228, 1927; Zeitschr. f. Phys. **51**, 213, 1928.
2) J. Waller und D. R. Hartree, Proc. Roy. Soc. **A** 124, 119, 1929.

wobei c die Lichtgeschwindigkeit, $a_k(\omega)$ den atomaren Absorptionskoeffizient bei der Frequenz ω, der von einer Ionisierung der K-Elektronen herrührt, bedeutet, und für das Integral der Cauchysche Hauptwert zu nehmen ist, falls $\nu > \nu_k$. Obige, schon früher vom Verfasser[1]) und von Kallmann und Mark[2]) aufgestellte Formel ergibt, wenn man für $a_k(\omega)$ den angenäherten Ausdruck

$$a_k(\omega) = \frac{C}{\omega^3}$$

einsetzt,

$$2\delta_k = 2(1-n_k) = \frac{cC}{2\pi^2\nu^2}\left(\frac{1}{\nu_k^2} - \frac{1}{\nu^2}\lg\frac{\nu_k^2}{(\nu^2-\nu_k^2)}\right).$$

Durch ältere Messungen von Prins[3]) und vor allem durch neue Messungen von Larsson[4]) ist sichergestellt, daß die Dispersionskurve in der Nähe der K-Kante verschiedener Elemente den durch obige Formel geforderten qualitativen Verlauf hat. Quantitative Abweichungen dürften auf der experimentell erwiesenen und auch theoretisch zu begründenden Unzulänglichkeit des für den Absorptionskoeffizienten verwendeten Ausdrucks beruhen.

Was den Absolutwert der Konstanten C anbelangt, sei auf eine Arbeit von Kramers und vom Verfasser[5]) verwiesen, was die mathematische Bedeutung des Zusammenhangs zwischen Dispersion und Absorption anbelangt auf eine Arbeit von Kramers[6]) und das Referat seines Vortrages auf diesem Kongreß.

1) R. de L. Kronig, Journ. Opt. Soc. Am. **12**, 547, 1926.
2) H. Kallmann und H. Mark, Ann. d. Phys. **82**, 585, 1927.
3) J. A. Prins, Zeitschr. f. Phys. **47**, 479, 1928.
4) A. Larsson, Dissertation Uppsala, 1929.
5) R. de L. Kronig und H. A. Kramers, Zeitschr. f. Phys. **48**, 174, 1928.
6) H. A. Kramers, Atti del Congr. Int. dei Fisici, Como 1927.

H. A. Kramers (Utrecht), Die Dispersion und Absorption von Röntgenstrahlen[1]).

Die Verwendung halb-klassischer, halb-quantentheoretischer Vorstellungen gestattet Aussagen über das analytische Verhalten des komplexen Brechungsexponenten in einem absorbierenden Medium als Funktion der Frequenz des einfallenden Lichtes.

Auf ein Atom falle eine ebene, linear polarisierte Lichtwelle mit dem elektrischen Vektor

$$E = R\,(Ae^{i\omega t}) \quad (R = \text{Reeller Teil}).$$

1) Vgl. Atti del Congresso Internazionale dei Fisici, Como. Sett. 1927.

Ist der Atomradius klein gegen die Wellenlänge des einfallenden Lichtes, so läßt sich das Atom durch einen Dipol vom Betrage

$$P = R\,(Be^{i\omega t})$$

darstellen. Der Polarisationskoeffizient

$$\zeta = \frac{B}{A} = \xi(\omega) + i\eta(\omega)$$

steht mit dem Brechungsexponenten n in der Beziehung

$$3\frac{n^2-1}{n^2+2} = 4\pi N\zeta, \qquad (1)$$

wo N die Zahl der Atome pro Volumeneinheit bedeutet; dies geht für ein sehr verdünntes Medium ($n^2 \sim 1$) über in

$$n^2 = 1 + 4\pi N\zeta. \qquad (1a)$$

Beim klassischen harmonischen Oszillator von der Ladung e, der Masse m und der Eigenfrequenz ω_1 ist

$$\zeta = \frac{e^2}{m}\frac{1}{\omega_1^2 - \omega^2 + i\delta}; \quad \delta = \frac{2e^2\omega^3}{3mc^3} \qquad (2)$$

und für ein Gas mit mehreren Absorptionsfrequenzen ω_k gilt

$$\zeta = \sum_k \frac{e^2}{m}\frac{f_k}{\omega_k^2 - \omega^2} \qquad (3)$$

für diejenigen Spektralgebiete, wo keiner der Werte $\omega_k - \omega$ sehr klein ist.

Für den Atomabsorptionskoeffizienten (d. i. die Fläche, auf die ebensoviel Energie des Lichtes fällt, wie von einem Atom absorbiert wird), gilt

$$a = -\frac{4\pi\omega}{c}\eta. \qquad (4)$$

Nimmt man nun zwischen der „Stärke" f_k eines Oszillators und der Gesamtabsorption der von ihm herrührenden Absorptionslinie

$$a_k = \int_0^\infty a_k(\omega)\,d\omega$$

die Beziehung

$$f_k = \frac{mca_k}{2\pi^2e^2} \qquad (5)$$

an, so liegt es nahe, für Gebiete kontinuierlicher Absorption die Formel (3) zu verallgemeinern durch

$$\zeta(\omega) = \frac{c}{2\pi^2}\int_0^\infty \frac{a(\omega')\,d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2}. \qquad (6)$$

Unter Verwendung von (2) folgt aus (5) für den klassischen Oszillator $f_k = 1$, während dies nach der Quantentheorie nicht mehr gilt.

Das Integral (6) ist stets reell; man wird daher annehmen müssen, daß es nicht sowohl ζ selbst, als seinen reellen Teil ξ darstellt. Nimmt man ferner an:

$$\xi(-\omega) = \xi(\omega);\ \eta(-\omega) = -\eta(\omega),$$

so folgt aus (6) mit Verwendung von (4)

$$\xi(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\gamma(\omega')\, d\omega'}{\omega - \omega'} \qquad (7)$$

Dabei bedeutet $\int$, daß der Cauchysche Hauptwert

$$\int_{-\infty}^{+\infty} = \lim_{\varepsilon \to 0} \left(\int_{-\infty}^{\omega - \varepsilon} + \int_{\omega + \varepsilon}^{+\infty} \right)$$

zu nehmen ist, um die Singularität für $\omega = \omega'$ zu vermeiden.

Die bekannte mathematische Relation (7) läßt die Umkehrung

$$\eta(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\xi(\omega')\, d\omega'}{\omega - \omega'}$$

zu und gibt an, daß die Funktion

$$\zeta = \xi(\omega) + i\eta(\omega)$$

des komplexen Argumentes ω in der unteren Halbebene regulär ist.

Dies gestattet die Anwendung für einen einfallenden Wellenzug, bei dem gelten möge

$$E = R[f(t)\, e^{i(a - ib)t}],$$

$$b > 0,\ f(t) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } t < T \\ 0 & ,, \quad t > T > \infty. \end{cases}$$

Nimmt man seine Fourierzerlegung vor und beachtet die Regularität von ξ in der unteren Halbebene, so folgt für $t < T$ für die Polarisation

$$P = R[\zeta(a - ib)\, e^{i(a - ib)t}],$$

d. h. man kann auch für komplexe Werte der Frequenz einen Polarisationskoeffizienten definieren, der endlich bleibt, wenn es sich um Wellen handelt, deren Amplitude mit der Zeit anwächst.

Dasselbe wie von ζ gilt von der Regularität des Brechungsindex n, solange man sich im Gültigkeitsbereich von (1a) befindet; dagegen gilt dies nicht mehr, wenn man die Beziehung (1) der Lorenz-Lorentzschen Formel zugrunde legt.

H. Geiger und W. Müller (Kiel), Demonstration des Elektronenzählrohrs.

Dieses Meßinstrument besteht aus einem Metallrohr, in dem axial ein mit einer halbisolierenden Schicht, z. B. einer Oxydhaut überzogener Draht ausgespannt ist. Legt man zwischen Rohr und Draht ein elektrisches Feld geeigneter Stärke, so kann jedes Elektron, an welcher Stelle und in welcher Richtung es das Rohr auch durchsetzen mag, infolge der einsetzenden hohen Stoßionisation elektrometrisch oder nach Verstärkung auch akustisch nachgewiesen werden. Es wurden zuerst Versuche mitgeteilt, aus denen hervorgeht, daß das Zählrohr wirklich jedes einzelne Elektron registriert und daß Gasdruck, Spannung und Rohrgröße innerhalb weiter Grenzen variiert werden können, ohne das quantitative Arbeiten des Rohres zu beeinträchtigen. Als Beispiel für die hohe Empfindlichkeit des Zählrohrs wurde die γ-Strahlung eines kleinen Stückes Pechblende akustisch demonstriert. Inwieweit das Zählrohr in bezug auf γ-Empfindlichkeit die gewöhnlichen Ionisationsmethoden übertrifft, geht wohl am besten daraus hervor, daß nach Messungen von Neufeldt Radiumpräparate von 10^{-5} bis 10^{-6} mg Radiumgehalt noch auf einige Proz. genau dosiert werden können, während bei den bisher hierfür angewandten Methoden 10^{-2} mg Radium die untere Grenze bilden. Allerdings erfordern solche Messungen die Ausführung langer Zählreihen. Um dies zu vereinfachen, wurde zur mechanischen Addition der einzelnen Strahlen mittels eines Zählwerks übergegangen. Ein solches Zählwerk wurde in episkopischer Projektion im Betrieb vorgeführt.

Im einzelnen ist über die hier mitgeteilten Versuche in dieser Zeitschrift bereits (**30**, 489, 1929) berichtet worden.

R. Swinne (Berlin-Siemensstadt), Röntgenspektrum und chemische Bindung.

H.-Th. Meyer hat an *Br* (Ordnungszahl $Z = 35$) in Bromaten Strukturlinien in der Absorptionskante der Röntgen-*K*-Serie aufgefunden, welche sich bei *Br* in Alkalibromiden nicht finden (Wiss. Veröff. Siemens-Konzern **7** II, 101, 1929). Qualitativ stimmt dieser Befund mit den älteren in der *K*-Serie an Verbindungen der Elemente bis zu *Fe* ($Z = 26$) überein. Diese und ähnliche Erfahrungen werden vom Standpunkt des Einflusses der Bindungsart auf die Elektronenbesetzung und damit auch auf die Röntgenterm-Ausbildung betrachtet; Alkalibromide sind polare Salze, das *Br* aber im Bromat-Ion wird als unpolar gebunden angesehen. Es wird gezeigt, daß die Heranziehung der quantenmechanischen Resonanztheorie der unpolaren Verbindungen von W. Heitler und F. London (Zeitschr. f. Phys. **44**, 455, 1927 und später) andere Folgerungen für die Ausbildung der Elektronenteilgruppen in diesen Verbindungen

liefert als die ältere Ionentheorie der Bindungen nach W. Kossel. So in der K-Serie oberhalb $Z = 14$; nach der Kosselschen Auffassung wäre z. B. das Cl in den Perchloraten ein $Cl^{.....}$ Ion mit einer Ne-ähnlichen Elektronenanordnung, demnach ohne Ausbildung der M_{I}- und $M_{\mathrm{II,\,III}}$-Elektronenteilgruppen, welche das neutrale Cl im normalen Zustande aufweist. Nach der Theorie von London wäre aber zu erwarten, daß bei diesem Verbindungszustand des unpolar siebenwertigen Cl-Atoms in Perchloraten nicht nur die M_{I}- und die $M_{\mathrm{II,\,III}}$-Teilgruppen, sondern auch die $M_{\mathrm{IV,\,V}}$-Teilgruppen teilweise besetzt sind (vgl. R. Swinne, Chem. Kalender **50**, III, 63, 1929). Bei Br wären es die entsprechenden N-Teilgruppen. Während nun polare Verbindungen mit Edelgas — ähnlichen oder sonst vollständig abgeschlossenen Ionen keine Feinstrukturlinien in den Röntgenabsorptionskanten aufweisen, finden sich solche bei unpolaren Verbindungen mit unvollständig besetzten Elektronengruppen. B. Ray und P. C. Mahanti (Nature **123**, 528, 1929) führen das von A. E. Lindh und anderen festgestellte Fehlen von Feinstrukturkanten bei Metallen auf deren Aufbau aus Metallionen und freien Elektronen zurück. In diesem Sinne würde man die von G. A. Lindsay und H. R. Vorhees (Phil. Mag. (7), **6**, 910, 1928) gefundenen Feinstrukturkanten bei metallischem Fe und bei Fe-Verbindungen mit deren „gebundenen Außenelektronen" (vgl. R. Swinne, Wiss. Veröff. Siemens-Konzern **7** II, 89, 1929) verknüpfen können.

P. Debye[1]) **(Leipzig), Interferometrische Messungen am Molekül.**

Fallen auf ein mehratomiges Molekül Röntgenstrahlen, so hat man wie bei der Streuung an Kristallen in verschiedenen Richtungen Maxima und Minima der Intensität des gestreuten Röntgenlichtes zu erwarten, die durch Interferenz der Streustrahlung an den einzelnen Atomen entstehen; infolge der verhältnismäßig kleinen Zahl der streuenden Atome werden freilich die Maxima viel weniger scharf ausfallen, wie bei einem Kristall.

Es wurden schon früher Versuche an Flüssigkeiten unternommen, um diese Erscheinung nachzuweisen, jedoch ohne Erfolg, da sie dort infolge der dichten Lagerung der Moleküle durch die Interferenz der Streustrahlung der verschiedenen Moleküle überdeckt wird. Um diese Flüssigkeitsinterferenzen zu eliminieren, ist man dazu übergegangen, die Zerstreuung an Gasen oder Dämpfen zu beobachten; es läßt sich zeigen, daß dann die zu eliminierende Streustrahlung nur eine relative Intensität von der Größenordnung: Verhältnis des von den Molekülen eingenommenen Volumens zum gesamten Gasvolumen hat und allfällige Interferenzfiguren praktisch nur innermolekularen Interferenzen zugeschrieben werden können. Dabei mitteln sich bei der verschiedenen räumlichen Orientierung der Moleküle die Maxima und Minima des Einzelmoleküls nicht etwa vollständig heraus. Vielmehr ist z. B. im Falle lauter gleicher streuender Atome im Molekül die Intensität der Streustrahlung im wesentlichen proportional

$$\sum_i \sum_j \frac{\sin x_{ij}}{x_{ij}} \quad \text{mit} \quad x_{ij} = 4\pi \frac{l_{ij}}{\lambda} \sin \frac{\Theta}{2}, \qquad (1)$$

wo λ die Wellenlänge, Θ den Winkel zwischen Sekundär- und Primärstrahl und l_{ij} den Abstand zweier Atome im Molekül bedeutet, die mit den Zahlen i, j numeriert sind. Sind die Atome in den Ecken eines regulären Tetraeders mit der Kantenlänge a angeordnet, so wird der obige Ausdruck

$$4\left(1 + 3\frac{\sin x}{x}\right) \quad \text{mit} \quad x = 4\pi \frac{a}{\lambda} \sin \frac{\Theta}{2} \qquad (2)$$

und man hätte die ersten beiden Maxima bei solchen Winkeln Θ zu erwarten, für die nahezu

$$x = \frac{5\pi}{2} \quad \text{bzw.} \quad x = \frac{9\pi}{2}. \qquad (3)$$

Zunächst wurde die Streuung an Luft untersucht. Hier würde für die zweiatomigen Stickstoffmoleküle nach (1) die Intensität proportional

$$z\left(1 + \frac{\sin x}{x}\right),$$

d. h. man hätte auch hier verwaschene Maxima und Minima zu erwarten, während sich solche tatsächlich auf den Aufnahmen nicht vorfanden. Der Grund hierfür ist darin zu suchen, daß in (1) der Wärmebewegung der Atome gegeneinander, sowie ihrer räumlichen Ausdehnung nicht Rechnung getragen wurde, die beide im Sinne einer Verwischung der Interferenzerscheinung (1) wirken.

Besonders aussichtsreich schien das Experiment für das Molekül des Tetrachlorkohlenstoffs ($C\,Cl_4$), wo nach den Erfahrungen der Chemie die hauptsächlich streuenden Cl-Atome in den Ecken eines regulären Tetraeders liegen und demnach die Formel (2) Gültigkeit beansprucht. Hier konnte tatsächlich zunächst das erste und dann nach einer verbesserten Methode, bei der für sämtliche Winkel Θ ein gleich großes Gasvolumen zur Beobachtung wirksam ist, auch das

1) Vgl. P. Debye, L. Bewilogua und F. Ehrhardt, Physik. Zeitschr. **30**, 84, 1929.

zweite der nach (3) zu erwartenden Maxima festgestellt werden. Ihre Lage wurde photometrisch ermittelt und man erhält daraus nach (2) für den Abstand zweier *Cl*-Atome

$$a = 3{,}1\ \text{Å},$$

was auf Grund anderweitiger Kenntnis über den Raumbedarf der *Cl*-Atome bedeutet, daß sich diese im CCl_4-Molekül gerade ungefähr berühren. Das Verhältnis der Sinus der halben Ablenkungswinkel ist 5 : 9, was der Beziehung (3) entspricht.

Es wurde nun untersucht, wie sich das Interferenzbild verändert, wenn man nacheinander im CCl_4-Molekül die *Cl*- durch sehr wenig streuende *H*-Atome ersetzt. Man stellt fest, daß hierbei erst das zweite, dann das erste der oben besprochenen Maxima verschwindet. Ferner ergibt sich in Übereinstimmung mit den aus Messungen der Dielektrizitätskonstanten berechneten Dipolmomenten für den Abstand a der *Cl*-Atome in den folgenden Molekülen:

	Θ_1	Θ_2	a
CCl_4	36°	66°	3,1 Å
$CHCl_3$ . . .	33°	63°	3,4 „
CH_2Cl_2 . . .	28°	—	3,9 „

Θ_1 und Θ_2 sind die Winkel, unter denen nach den Beobachtungen die beiden Maxime von (3) bei Verwendung der Kupfer-K_α-Linie ($\lambda = 1{,}54$ Å) auftreten. Das zweite Maximum ist bei CH_2Cl_2 nicht mehr feststellbar.

Zur Bestätigung wurden noch Aufnahmen mit anderer Wellenlänge gemacht und die erwartete Verschiebung der Maxima mit der Wellenlänge festgestellt. Außerdem wurde mit anderen Dämpfen gearbeitet und auch hier Interferenzmaxima gefunden, wenn sie auf Grund des stereochemischen Bildes des Moleküls zu erwarten waren.

J. A. Prins (Groningen), Flüssigkeitsinterferenzen.

Um uns klar zu machen, wie die Beugung von Röntgenstrahlen in Flüssigkeiten zustande kommt, wollen wir die Erscheinung vergleichen mit der Beugung in Kristallpulvern. Bekanntlich besteht das Beugungsbild in diesem Fall aus scharfen Linien, deren Lage durch die Anordnung der „Moleküle" im Kristallgitter bestimmt wird, während für die Intensität als zweiter Faktor die innere Struktur der Moleküle in Frage kommt. Bei der Beugung in Flüssigkeiten sind nun dieselben zwei Faktoren in ähnlicher Weise betätigt. Anstatt scharfer Linien bekommt man in diesem Fall jedoch eine oder mehrere breite Banden. Dies hat seinen Grund darin, daß in Flüssigkeiten die Anordnung der Moleküle nicht so streng regelmäßig ist wie in Kristallen. Eigentlich kann sogar von einer bestimmten Anordnung nicht die Rede sein, sondern nur von einer Art mittleren Anordnung. Diese kann nun in allen Fällen mathematisch zum Ausdruck gebracht werden durch eine Verteilungsfunktion $g(r)$ für die gegenseitige Entfernung r der Moleküle. Für das folgende ist nun die Bemerkung richtig, daß — falls die innere Struktur der Moleküle bekannt ist — die Kenntnis der Funktion $g(r)$ genügt, um das Beugungsbild zu berechnen und umgekehrt (beides durch eine Art Fourieranalyse).

Leider sind bis jetzt weder Theorie noch Experiment genügend fortgeschritten, um einen dieser beiden Wege konsequent zu verfolgen. Doch dürften die folgenden Beispiele (nach eigenen Experimenten) genügend zeigen, daß man in dieser Weise einen richtigen Einblick gewinnt, auch wenn man sich vorläufig noch mit Schätzungen anstatt genauer Rechnungen begnügen muß.

1. Quecksilber. Weil im festen Zustande die Moleküle fast kugelförmig und hexagonal dichtgepackt sind, setzen wir für die Flüssigkeit eine g-Funktion an, die gewonnen wird durch mitteln und glätten der uneigentlichen g-Funktionen, welche den beiden vollständig dichten Packungen (hexagonale und kubische) entsprechen. Das zu dieser g-Funktion berechnete Beugungsbild zeigt drei aufeinander folgende Maxima, deren Intensität mit der Reihenfolge stark abnimmt. Das Experiment steht hiermit in vollem Einklang. Zu bemerken ist, daß in diesem Fall alle drei Maxima von der Anordnung, nicht von der inneren Struktur der Moleküle herrühren.

2. Kohlenstofftetrachlorid. Um das theoretische Beugungsbild zu gewinnen, gehen wir anfangs vor wie im vorhergehenden Fall. Dann müssen wir weiter noch die innere Struktur des CCl_4-Moleküls berücksichtigen. Wir stützen uns hierbei auf das auch von Debye benutzte Tetraedermodell und gewinnen dann schließlich ein Beugungsbild mit drei aufeinanderfolgenden Maxima, von denen übrigens in diesem Fall nur das erste von der Anordnung die weiteren von der inneren Struktur der Moleküle herrühren. Das experimentelle Bild zeigt hiermit befriedigende Übereinstimmung. Eine geringe Unstimmigkeit betreffend der Lage des dritten Maximums muß näher nachgeprüft werden.

3. Verschiedene Flüssigkeiten. Aus den vorhergehenden Beispielen erhellt, wie man im allgemeinen zu verfahren hat. Allerdings muß in Frage gestellt werden, ob man berechtigt ist,

für alle Flüssigkeiten eine universelle g-Funktion wie die im vorhergehenden aus den dichten Packungen hergeleitete, zu verwenden. Im Gegenteil scheint es, als ob bei verschiedenen Flüssigkeiten sich individuelle Unterschiede in der g-Funktion zeigen, welche im allgemeinen in derselben Richtung liegen wie die Unterschiede in den Kristallgittern der bezüglichen festen Körper.

4. Wasser. Bei dieser und anderen „assoziierenden" Substanzen findet sich unterhalb des Hauptmaximums beträchtliche Intensität, die in Beziehung gesetzt wird zu den Assoziationskräften.

5. Lösungen. Bei Lösungen schwerer Substanzen in leichten Lösungsmitteln gibt das Beugungsbild Aufschluß über die Verteilung (g-Funktion) der gelösten Substanz. Wenn die Moleküle dieser letzteren etwa $^1/_4$ oder weniger des Gesamtvolums beanspruchen, muß man hier im wesentlichen dasselbe Bild erwarten wie bei Gasen. Dies ist experimentell bestätigt bei einer Lösung von CCl_4 in CH_3OH und in ähnlichen Fällen. Dagegen zeigen Lösungen von LiJ, $LiBr$, KJ usw. in H_2O abweichendes Verhalten insofern, als auch bei Verdünnungen von 1 : 5 bis 1 : 20 die Intensität bei kleinen Winkeln geringer ist als bei größeren. Dies läßt sich erklären aus den abstoßenden elektrostatischen Kräften zwischen den Anionen, deren Anordnung infolge der hohen Atomnummer den einzigen maßgebenden Faktor für das Beugungsbild liefert. Obendrein folgt aus den Bildern, daß die Anordnungen der Jodionen und der Bromionen untereinander verschieden sind.

H. Mark und G. v. Susich (Ludwigshafen), Neue Messungen über die Linienbreite der Röntgenstrahlen. (Vorgetragen von H. Mark.)

Es wird zunächst die elementare Theorie des doppelten Spektrometers gegeben, welches prinzipiell eine Trennung der durch die Kristallreflexion bzw. durch den Mosaikfehler bedingten Breite von der wahren spektralen Linienbreite gestattet. Aus der Formel zur Berechnung der letzteren geht aber hervor, daß es für genaue Messungen trotzdem notwendig ist, möglichst gute Kristalle zu verwenden. Schon vor längerer Zeit waren gemeinsam mit W. Ehrenberg Linienbreite-Messungen mit Diamant bzw. Calcit durchgeführt worden. In der letzten Zeit wurde nun ein besonders präzises, doppeltes Spektrometer aufgestellt, welches beim zweiten Kristall Drehungen bis zu 0,2 Sekunden abzulesen gestattet. Als besonders geeignete Reflektoren wurden Spaltflächen von Topasen erkannt.

Mit diesem Instrument lassen sich nun zweierlei Arten von Untersuchungen anstellen: Das Studium der Mosaikstruktur von Kristallen und die Messung der natürlichen Linienbreite bzw. der Feinstruktur von Röntgenlinien. In beiden Richtungen wurden Versuche unternommen und besonders gute Flächen von Calcit, Cerussit, Quarz und Topas untersucht. Es zeigte sich, daß besonders bei weichen Kristallen (Calcit) die ideale Kristallstruktur gegen äußere Einwirkungen außerordentlich empfindlich ist. Calcite werden bei dauerndem Gebrauch durch chemische Einwirkung der in der Luft enthaltenen Säuren, zum Teil auch durch die Wirkung der Röntgenstrahlen selbst sowie durch Temperaturschwankungen etwas schlechter. Es kommt vor, daß die Mosaikstruktur von einer Verwachsung begleitet ist, so daß bei Reflexion an einer solchen Fläche zwei nahe beieinander liegende Maxima entstehen.

Bei der Vermessung der spektralen Breite von Röntgenlinien wurden zunächst die älteren Ergebnisse bestätigt. Die Linienbreite der K-Serie nimmt in $\Delta\lambda$ gemessen, mit steigender Ordnungszahl kontinuierlich ab, was wohl mit dem Auger-Effekt in Zusammenhang zu bringen ist. Bei der Feinuntersuchung der Molybdän-K-Serie konnte die von Davis und Purks beschriebene Feinstruktur und Spannungsabhängigkeit bisher nicht reproduziert werden.

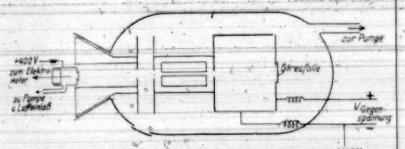
H. Kallmann (Berlin), Nachweis langsamer Elektronen mit Hilfe des Geigerschen Zählers und Untersuchung der aus dünnen Schichten ausgelösten Photoelektronen. (Nach Versuchen gemeinsam mit H. v. Hornbostel) (Kaiser Wilhelm Institut f. physik. u. Elektro-Chemie in Berlin-Dahlen.)

Um die durch Elektronenstoß und weiche Röntgenstrahlung aus sehr dünnen Schichten (einatomigen Schichten) ausgelösten langsamen Elektronen zu messen und ihre Geschwindigkeit zu bestimmen, bedurften wir eines möglichst empfindlichen Meßgerätes. Wir versuchten hierzu einen Geigerschen Zähler zu benutzen. Folgende Anordnung erwies sich zur Intensitäts- und Geschwindigkeitsbestimmung von Elektronen von 0—2000 Volt Energie als sehr brauchbar.

Die Elektronen wurden im Vakuum, nachdem ihre Geschwindigkeit bestimmt war, durch ein elektrisches Feld beschleunigt und durch eine dünne Folie in den Zähler hineingeschossen. Der mit Luft von 1 cm Druck gefüllte Zähler war gegen das Vakuum durch eine Zaponlackfolie von $^1/_{10}$ bis $^2/_{10}$ μ Dicke abgeschlossen. Damit die Elektronen die Folie durchdringen und im Zähler noch zur Wirkung kamen, mußten sie

etwa auf 3000 Volt beschleunigt werden. Um ein zu starkes Auseinanderlaufen der Elektronen und damit einen starken Intensitätsverlust zu vermeiden, wurde die ganze Apparatur (siehe Fig.) in ein Magnetfeld von einigen 100 Gauß gebracht und die Elektronen um die Kraftlinien aufgewickelt, so daß sie sich nur parallel zu den magnetischen Kraftlinien fortbewegten.

In dieser Apparatur läßt sich nun auch die Geschwindigkeitsmessung sehr einfach dadurch



Magnetrichtung.

bewirken, daß man die Elektronen, bevor sie beschleunigt werden, durch ein Gegenfeld verzögert und man so die Zahl aller derjenigen Elektronen mißt, die eine Geschwindigkeit, kleiner als V Volt besitzen (V-Verzögerungspotential). Das Auftreten von Elektronen mit einer neuen Geschwindigkeit macht sich dann als Knick in der Intensitätskurve bemerkbar. Im allgemeinen ist die Gegenfeld-Methode zur Geschwindigkeitsmessung nicht gut geeignet, weil die Elektronen, wenn sie bis auf wenige Volt gebremst sind, auseinander laufen und die Knicke in den Kurven unscharf werden. Hier ist das nicht der Fall, da die Elektronen durch das Magnetfeld zusammengehalten werden. In der Figur ist links der Geigersche Zähler zu sehen; zwischen den beiden vertikalen Platten werden die Elektronen beschleunigt; der Raum in dem die Geschwindigkeit der von der Streufolie ausgelösten Elektronen bestimmt wird ist von dem Beschleunigungsraum durch eine mehrere Zentimeter tiefe Blende getrennt.

Wir haben nun unsere Anordnung geeicht; es ergab sich, daß wenigstens 30 Proz. aller Elektronen gezählt werden; wir konnten also einen Strom langsamer Elektronen von 10^{-20} Amp. noch messen.

Die Prüfung der Geschwindigkeitsmessung ergab sehr scharfe Knicke, so daß ihre Bestimmung auf 1 Proz. genau oder noch besser möglich war.

Mit dieser Anordnung wurde die durch weiche Röntgenstrahlen in Magnesium hervorgerufene Elektronenemission untersucht und der Energieverlust, den die Elektronen beim Durchzug durch wenige Atomschichten erleiden, bestimmt.

Ein Nachteil der Methode besteht darin, daß nur die gesamte Zahl aller Elektronen mit einer Energie von 0 bis V Volt direkt bestimmt werden konnte. Diesen Mangel haben wir dadurch behoben, daß wir hinter dem Verzögerungsfeld noch ein elektrisches Feld senkrecht zum Magnetfeld anbrachten. In diesem werden die Elektronen senkrecht zum Elektrischen- und Magnetfeld abgelenkt, und zwar umgekehrt proportional zu ihrer Geschwindigkeit parallel zum Magnetfeld also am stärksten die Elektronen mit nur wenigen Volt Energie. Dann kann man es so einrichten, daß in das Beschleunigungsfeld und damit in den Zähler nur Elektronen gelangen, die nach dem Durchlaufen des Verzögerungsfeldes noch eine Geschwindigkeit (parallel zum Magnetfeld) zwischen z. B. 5 und 6 Volt besitzen (man kann natürlich andere und auch noch engere Bereiche wählen). Man mißt dann mit dieser Anordnung in der Tat nur noch Elektronen, deren ursprüngliche Energie z. B. zwischen $V+5$ Volt und $V+6$ Volt lag. Wir haben damit eine richtige Elektronenspektroskopie erreicht, die der üblichen Anordnung an Genauigkeit nicht nachsteht, aber erheblich empfindlicher ist.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Bemerkungen zur Langmuirschen Sondentheorie.

Von R. Seeliger.

Die von Langmuir entwickelte Theorie der Vorgänge an Sonden, die in Trägerwolken (Plasma) eingetaucht sind, setzt voraus, daß die auf die Sonde zuströmenden Ladungsträger innerhalb der um die Sonde liegenden Raumladungsschicht keine unelastischen Zusammenstöße mit den Gasmolekülen erleiden und daß weder in der Schicht noch aus der Oberfläche der Sonde neue Ladungsträger erzeugt werden. Ist das Potential der Sonde groß gegen die thermische Voltenergie der Ladungsträger im Plasma, so daß man die Eintrittsenergie der Träger in die Raumladungsschicht vernachlässigen darf, so gilt dann — im einfachsten Fall einer ebenen, genügend großen Sonde — die folgende Beziehung zwischen dem Sondenpotential V, der Sondenstromdichte j und der Dicke d_0 der Raumladungsschicht

$$d_0^2 = C\frac{V^{3/2}}{j}\left(C = \sqrt{\frac{2e}{M}}\frac{4}{9\pi}\right) \qquad (1)$$

in der alle eingehenden Größen der unmittelbaren Messung zugänglich sind, so daß ein Vergleich zwischen Theorie und Erfahrung und damit eine Probe auf die Richtigkeit der genannten Voraussetzungen möglich ist. Langmuir hat in seinen grundlegenden Arbeiten die Gültigkeit der Gl. (1) für Sonden in der positiven Säule des Quecksilber-Vakuumbogens erwiesen, und zwar hinauf bis zu Sondenpotentialen von der Größenordnung 1000 Volt; Dällenbach und Mitarbeiter[1]) konnten sogar bis hinauf zu 3000 Volt in Quecksilberdampf kein Anzeichen für die Auslösung von Elektronen aus negativen Sonden finden. Abweichungen, die neuerdings insbesondere für Entladungen in Neon gefunden worden sind, konnten von Morse und Uyterhoeven[2]) erklärt werden durch die Annahme, daß in der Raumladungsschicht neue Ladungsträger gebildet werden; die Diskussion der verschiedenen hier denkbaren Möglichkeiten ließ eine Photojonisation metastabil angeregter Atome als die wahrscheinlichste erkennen. Die Abweichungen liegen in dem Sinn, daß (für negative Sonden, positive Ionenströme zur Sonde) die Stromdichte größer oder die Dicke der Raumladungsschicht kleiner ist, als es der Gl. (1) entsprechen würde.

Es liegt nun nahe, mit den Annahmen und Erfahrungen, die man im Rahmen der Langmuirschen Theorie gemacht hat, einen anderen Komplex von theoretischen Vorstellungen und Erfahrungen zu vergleichen, der es zu tun hat mit den Vorgängen an der Kathode einer jeden Glimmentladung gewöhnlicher Art. Auch hier liegt letzten Endes vor einer (negativen) Sonde, der Kathode, eine Raumladungsschicht, in der ganz wie nach Langmuirs Theorie das ganze Sondenfeld abgesättigt ist, d. h. in der die gesamte Potentialdifferenz der Sonde gegen den Entladungsraum konzentriert und an deren äußerer Grenze die Feldkraft vernachlässigbar klein ist. Aber andererseits werden nach allen bisherigen und bereits recht gut begründeten Theorien des Kathodenfalls aus der Sondenoberfläche Elektronen durch Ionenstoß befreit, und zwar noch herab bis zu Kathodenpotentialen von der Größenordnung 100 Volt (normaler Kathodenfall). Die Dicke der Raumladungsschicht ist zudem nicht mehr unabhängig von der Gasdichte, sondern nimmt mit zunehmender Dichte ab, sie umfaßt ferner eine ganze Reihe von mittleren freien Trägerweglängen und man ist gezwungen anzunehmen, daß auch im Gas der Raumladungsschicht neue Träger durch Stoß gebildet werden. Es sind also einige grundsätzliche Verschiedenheiten zwischen dem Mechanismus der Langmuirschen Raumladungsdunkelräume und des Kathodendunkelraumes zu verzeichnen, die aufzuklären sind, und es fehlt auch noch eine befriedigende Abgrenzung der beiderseitigen Entladungsformen gegeneinander und eine Diskussion der Frage, wie und ob die „Langmuir-Entladungen" in die „Glimmentladungen" übergehen können. Zugleich wird nun auch eine Frage wieder aktuell, die man — und dies wie es schien mit Recht — bereits als erledigt hatte betrachten können, nämlich die Frage, ob man grundsätzlich zu unterscheiden habe zwischen Entladungen bei „tiefen" und bei „hohen" Drucken.

Zunächst muß man sich klar machen, welche Größen in Langmuirs Theorie als die unabhängigen Variabeln zu betrachten sind und welche Rolle die Gasdichte spielt, die ja in der Ableitung der Gl. (1) explizite überhaupt nicht vorkommt. Als vorgegeben und durch die äußeren Entladungsbedingungen festgelegt sind zu betrachten V und j, das letztere insbesondere als die Dichte des Trägerdiffusionsstromes (ungerichteten Stromes) an die äußere Begrenzung der Raumladungsschicht. Die Dicke d ist also die einzige frei verfügbare Größe, die sich dann eben — vorausgesetzt, daß die anfangs genannten Bedingungen erfüllt sind — eindeutig durch die Gl. (1) bestimmt einstellt, unabhängig vor allem von der Gasdichte. Von jenen Bedingungen werden die beiden, daß das ganze V in der Schicht liegt und dV/dx an der Schichtgrenze verschwindet, sich von selbst erfüllen; denn der Aufbau der Schicht ist erst vollendet, wenn diese Bedingungen erfüllt sind. Die weitere Bedingung, daß in der Schicht keine energieverzehrenden Zusammenstöße erfolgen, ist davon ganz unabhängig. Sie kann nur erfüllt werden und wird erfüllt, d. h. die Gl. (1) gilt, wenn die Gasdichte so klein ist, daß die mittlere freie Trägerweglänge groß ist gegen das nach Gl. (1) berechnete d. Es gehört also zu jedem vorgegebenen Wertepaar V, j eine Gasdichte, unterhalb welcher die Gl. (1) mit steigender Genauigkeit erfüllt ist. Allerdings ist dies überhaupt nur angenähert möglich. Denn wenn die Trägerwolke vor der Sonde nicht sehr wenig ausgedehnt ist, müssen alle aus größerer Tiefe der Wolke kommenden Träger nach der bekannten Verteilungsformel für die Weglängen auch in der Schicht zusammenstoßen. Man sollte deshalb jene Gasdichtebedingung genauer so fassen, daß die überwiegende Mehrzahl der Träger so wenig oft in der Schicht

1) W. Dällenbach, E. Gerecke u. E. Stoll, Physik. Zeitschr. **26**, 10, 1925; vgl. dazu J. v. Issendorff, Wiss. Veröffentl. d. Siemens-Konzerns, IV 1 (1925), S. 160.

2) P. M. Morse u. W. Uyterhoeven, Phys. Rev. **31**, 827, 1928; W. Uyterhoeven, Proc. Nat. Acad. **15**, 32, 1929.

zusammenstößt, daß der gesamte Energieverlust klein ist gegen den Energiegewinn im Schichtfeld. Weiterhin erkennt man, daß — keine Trägerneubildung in der Schicht oder an der Sondenoberfläche vorausgesetzt — der nach Gl. (1) berechnete Wert d_0 von d offenbar einen Höchstwert darstellt. Denn alle Energieverluste in der Schicht verkleinern die Trägergeschwindigkeiten in der Schicht und vergrößern also gemäß der Beziehung $\varrho = j/v$ die Raumladungswirkung des Trägerstromes, so daß zur Erfüllung der Bedingung Schichtpotential $= V$ bereits eine kleinere Schichtdicke genügt als für den Fall der ohne Energieverluste maximalen Trägergeschwindigkeiten. Das alles sind Selbstverständlichkeiten, die aber noch nirgends eingehender dargelegt worden sind und die zu erwähnen deshalb vielleicht nicht so ganz unnötig ist.

Bleibt man zunächst im Bereich der Langmuir-Entladungen, so erhebt sich zuerst die Frage, warum einerseits die Sondenmessungen keinen Hinweis für eine Auslösung von Elektronen durch Ionenstoß aus der Sondenoberfläche ergeben haben[1]), andererseits aber die Kathodenfalltheorien eine solche Elektronenemission gut begründet annehmen können und müssen und zudem direkte Messungen der Elektronenemission von Metallen bei Beschießung mit Kanalstrahlen unzweifelhaft ihre Existenz erwiesen haben, so daß auch für den Fall der Sonden wohl nicht mehr daran gezweifelt werden kann. So bleibt nur der eine Ausweg, daß die Fragestellung als eine wesentlich quantitative aufgefaßt werden und die Antwort folgendermaßen formuliert werden muß: Die Ausbeute der Ionenstöße an der Sondenoberfläche und die Raumladungswirkung der erzeugten Elektronen in der Schicht gegenüber der der Ionen sind so gering, daß eine merkliche Abweichung von Gl. (1) nicht entsteht.

Es sei also angenommen, daß nicht nur ein Ionenstrom j_+ von außen in die Raumladungsschicht einströmt, sondern auch von der Sonde ein Elektronenstrom j_- ausgeht; die Masse des Ions sei M, die des Elektrons m. Dann kann man ganz ebenso wie bei der Ableitung der Gl. (1) verfahren. Der Sondenstrom ist nun $j_+ + j_- = j$ und wenn man zur Abkürzung einführt $\alpha = j_- \sqrt{m/j_+ \sqrt{M}}$, erhält man die Poissonsche Gleichung für das Potential in der Form

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = 4\pi \sqrt{\frac{M}{2e}} \frac{j}{1 + \alpha \sqrt{\frac{M}{m}}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{V - \varphi}} - \frac{1}{\sqrt{\varphi}} \right\}$$

Führt man an Stelle des Potentials φ eine Größe ψ ein durch $\psi = \varphi/V$, so liefert die Integration mit denselben Grenzbedingungen wie früher an Stelle der Gl. (1) nun die Gleichung

$$d^2 = \frac{9}{16} C \frac{V^{3/2}}{j} \left(\int_0^1 \frac{d\psi}{[(1-\psi)^{1/2} - \alpha (1-\psi^{1/2})]^{1/2}} \right)^2 \cdot \left(1 + \alpha \sqrt{\frac{M}{m}} \right) \qquad (2)$$

die für $\alpha = 0$ natürlich in Gl. (1) übergeht. Zur Diskussion ist zu bedenken, daß α stets klein gegen 1 ist. Entwickelt man die Wurzel im Nenner des Integranden, so wird das Integral

$$\int_0^1 \frac{d\psi}{[(1-\psi)^{1/2} - \alpha (1-\psi^{1/2})]^{1/2}} = \int_0^1 \frac{d\psi}{(1-\psi)^{1/4}} \left| 1 + \frac{\alpha}{2} \left(\frac{1-\psi^{1/2}}{1+\psi^{1/2}} \right) \right|_0^1 .$$

Es ist also d^2 jedenfalls größer als der Wert von d_0^2 nach Gl. (1) (entsprechend $\alpha = 0$), wie dies ja auch sein muß, da die positive Raumladung nun verdünnt ist durch die negative Elektronenraumladung. Andererseits ist d^2 offenbar kleiner als der aus (Gl. 2) folgende Wert, wenn man $\frac{1-\psi^{1/2}}{1+\psi^{1/2}}$ ersetzt durch 1. Die Integration läßt sich für $\frac{1-\psi^{1/2}}{1+\psi^{1/2}} = 1$ wieder sofort ausführen und es resultiert so zusammengefaßt die folgende Ungleichung für d, aus der alles Gewünschte zu entnehmen ist:

$$C \cdot \frac{V^{3/2}}{j} < d^2 < C \cdot \frac{V^{3/2}}{j} \left(1 + \frac{\alpha}{2} \right)^2 \left(1 + \alpha \sqrt{\frac{M}{m}} \right)$$

Nun ist α stets sehr klein gegen 1 und es ist $\alpha \sqrt{\frac{M}{m}} = j_-/j_+$, so daß durch die Auslösung von Sekundärelektronen aus der Sondenoberfläche eine Vergrößerung der Schichtdicke gegenüber der Schichtdicke d_0 bei reiner Ionenströmung resultiert, die höchstens im Verhältnis

$$d/d_0 = \sqrt{1 + j_-/j_+}$$

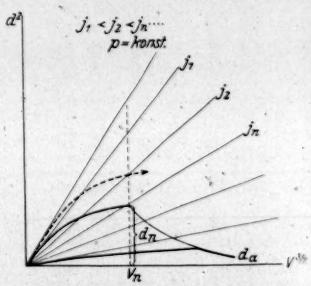
steht. Aus den bisher vorliegenden Messungen[1]) der Sekundärstrahlung von Ionenstrahlen wird man die Ausbeute kaum höher als etwa zu 10 Proz. einschätzen können; dies würde also zu einer Vergrößerung der Raumladungsdicke um nicht mehr als einige Prozent führen, ein Betrag, der weit unterhalb der Genauigkeit der derzeitigen Dickemessungen liegt, ganz abgesehen von der optischen Unschärfe der äußeren Grenze der Raumladungsschicht infolge der von null

1) Vgl. insbesondere Dällenbach, Gerecke u. Stoll, l. c.

1) Vgl. Penning, Proc. Amst. Acad. **31**, 14, 1927; E. Rüchardt, Handb. d. Phys. **25**, 105 ff.

verschiedenen Eintrittsgeschwindigkeiten der Ionen in die Schicht. Damit dürfte einer der eingangs erwähnten vermeintlichen Widersprüche zwischen der Theorie der Sonden und der Theorie der Vorgänge an den Glimmentladungskathoden befriedigend aufgelöst sein.

Schwieriger ist es, die übrigen eingangs genannten Punkte zu klären; denn es führt dies letzten Endes auf die seit langem schon und hinlänglich diskutierte und als sehr verwickelt erkannte Theorie des Kathodenfalls. Hierauf von neuem hier einzugehen, dürfte sich erübrigen. Es soll vielmehr versucht werden, die Sachlage im Kathodenfallgebiet nun von Seite der Langmuirschen Sondentheorie aus zu betrachten und das Gebiet des Kathodendunkelraums anzusehen gewißermaßen als eine Entartung des Langmuirschen Sondendunkelraumes. Güntherschulze[1]) hat zuerst einen in dieser Richtung gehenden Versuch gemacht, allerdings ohne auf die gerade hier interessierenden Schwierigkeiten einzugehen. Er setzte — und dies ist in erster Näherung sicher erlaubt — die Entladungsstromdichte an der Kathode gleich der Dichte des positiven Ionenstromes und berechnete die Dunkelraumdicke d unmittelbar nach Gl. (1). Ein Vergleich der so berechneten d Werte mit den gemessenen zeigte, daß die Gl. (1) auch hier noch mit ganz guter Annäherung die Sachlage zu beschreiben imstande ist. Trotz der in den Einzelwerten sehr erheblichen Streuung und der bekannten Unsicherheit in der Festlegung der Dunkelraumgrenze ist dies zunächst sehr überraschend. Es ist nämlich die Bedingung für die Gültigkeit der Gl. (1), daß d klein gegen λ sein soll, auch nicht mehr annähernd erfüllt; denn der Kathodendunkelraum umfaßt mehr wie 10 mittlere freie Elektronenweglängen und dementsprechend mehr wie 50 Ionenweglängen. Spiwak[2]) hat unter vereinfachenden Annahmen die Neubildung von Trägern in der Raumladungsschicht in die Theorie mit einzubeziehen versucht und auch Langmuir[3]) hat sich, allerdings von methodisch anderen Gesichtspunkten aus, mit einer Erweiterung seiner Theorie beschäftigt. Die Rechnungen von Spiwak und Langmuir zeigen von neuem, wie schwierig eine auch nur angenäherte Behandlung der einschlägigen Raumladungsprobleme wird, so bald man über die Voraussetzungen der ursprünglichen einfachen Theorie hinausgehen will. Wenn man den genannten Befund von Güntherschulze zunächst einfach als Erfahrungstatsache hinnimmt und zweckentsprechend verwertet, kann man sich aber wenigstens qualitativ davon Rechenschaft geben, ob und wie es möglich ist, durch eine kontinuierliche Änderung der Versuchsbedingungen aus dem Gebiet der Langmuir-Entladung in das Gebiet der Glimmentladung überzugehen. Die LE sei dabei gekennzeichnet dadurch, daß d wesentlich kleiner ist als λ und daß die Gl. (1) gilt, die Glimmentladung dadurch, daß d wesentlich größer ist als λ, aber daß ebenfalls die Gl. (1) wenigstens angenähert gilt. Gegeben sei im Anfangszustand eine negative Sonde auf dem Potential V, die in eine Trägerwolke (Plasma) eintaucht, deren Eigenschaften bestimmend sind für die Sondenstromdichte j_0; worauf es letzten Endes ankommt ist dann also, wie eine Vergrößerung von d erzielt werden kann und ferner, wieweit dies genügt zum Übergang zu einer Glimmentladung bzw. welche andere Bedingungen außerdem noch erfüllt sein müssen. Am nächsten liegt es, das Sondenpotential bei konstanter Gasdichte und unverändertem Plasma zu steigern. Wenn V wächst wird zuerst entsprechend der Gl. (1) d zunehmen und die Raumladungsschicht in das Plasma hineinwachsen. Auch wenn d so groß geworden ist, daß die pos. Ionen häufiger in der Schicht zusammenzustoßen beginnen, wird sich noch wenig ändern. Denn da die Ionisierungsausbeute der Ionen im freien Gasraum nach allen bisherigen Erfahrungen sehr klein ist[1]), wirken die Ionenstöße in der Schicht praktisch nur energieverzehrend, nicht trägerbildend. Auch die Auslösung von Elektronen an



der Sonde ist nach den vorhergehenden Überlegungen ohne wesentlichen Einfluß. Deshalb wird vorerst lediglich das Anwachsen der Schichtdicke mit steigendem V langsamer als proportional mit $V^{3/4}$ erfolgen. Erst wenn d so groß geworden ist, daß nun auch die aus der Sonde stammenden Elektronen in der Schicht

1) A. Güntherschulze, Zeitschr. f. Phys. **20**, 1, 1923.

2) G. Spiwak, Zeitschr. f. Phys. **53**, 805, 1929.

3) Erscheint in Phys. Rev. Für die Zusendung der Korrekturbogen bin ich Herrn Langmuir zu Dank verpflichtet.

1) Z. B. W. Müller, Zeitschr. f. Phys. **48**, 624, 1928.

häufiger mit den Gasteilchen zusammenstoßen, wird sich die Sachlage wesentlich ändern, da die Ausbeute der Elektronenstöße (im Gegensatz zu der Ausbeute der Ionenstöße) nicht vernachlässigbar klein ist und sich die Elektronenzahl in bekannter Weise dann lawinenartig vermehrt, wobei zugleich eine äquivalente Zahl von Ionen gebildet wird. Aber auch dann bleibt nach den Befunden von Günthersculze die Gl. (1) annähernd gültig und ist nur auf einen größeren Stromwert als den Anfangswert j_0 zu beziehen. Man kann dies anschaulich darstellen in einem d^2, $V^3/_2$ Diagramm, wie es in der Figur gezeichnet ist. Eingetragen ist die normale Dunkelraumdicke d_n und die mit zunehmendem anomalem Kathodenfall $V > V_n$ (V_n = normaler Kathodenfall) abnehmende Dunkelraumdicke d_a und man erkennt, daß für alle Anfangsstromdichten, die größer sind als ein bestimmter Grenzwert j_1 die Entwicklung der $L\,E$ in eine Glimmentladung einmündet, und zwar um so später, je größer j_0 ist. Fraglich ist noch, was passiert, wenn j_0 kleiner als jener Grenzwert j_1 ist, da dann die Schichtdicke scheinbar größer wird als irgendein für die Glimmentladung passender Wert.

Typisch für den Übergang zur Glimmentladung ist vor allem das Abbiegen der $d^2, V^3/_2$ Linien von den Geraden j = konst. Die weitere Diskussion soll jedoch erst in einer demnächst folgenden Arbeit durchgeführt werden, in der (gemeinsam mit Hr. Straehler) eingehende Messungen und spektraloptische Beobachtungen im Übergangsgebiet behandelt sind. Erwähnt sei hier nur, daß schon die ersten orientierenden Versuche jenes Abbiegen mit überraschender Deutlichkeit ergeben haben. Der angekündigten Diskussion vorgreifend sei hier nur noch darauf hingewiesen, daß man, um die Sachlage besser übersehen zu können, vorteilhaft ein dreidimensionales Diagramm benutzt, das $V^{3/2}$, d^2 und j verbindet und für jeweils eine bestimmte konstante Gasdichte geltend zu denken ist. Die Gleichung (1) ist in einem solchen Diagramm dargestellt durch eine Regelfläche zwischen der j Achse und jeweils zur d^2, j Ebene parallelen Hyperbeln und alle Punkte eines durch die Gasdichte in seiner Größe beschränkten Teiles dieser Fläche entsprechen augenscheinlich realisierbaren und stabilen Zuständen. Die wirkliche $d^2(V^{3/2}, j)$ Fläche weicht von der Langmuir-Fläche ab in einer mit abnehmendem j zunehmenden Krümmung nach unten. Auf dieser Fläche gibt es einen isolierten Punkt d_n^2, $V_n^{3/2}$, j_n, der dem normalen Kathodenfall entspricht und von ihm ausgehend eine isolierte Raumkurve, die den anomalen Kathodenfällen entspricht. Von besonderem Interesse und Gegenstand unserer experimentellen Untersuchung sind die Punkte in der Umgebung jenes isolierten Punktes und jener isolierten Raumkurve, insbesondere für kleinere Werte der Stromdichte als i_n, bei denen es sich nach der üblichen Nomenklatur um gemischt selbständige Entladungsformen handelt, deren stabile und stationäre Existenz nicht ohne weiteres zu übersehen ist.

(Eingegangen 18. Juli 1929.)

Über die Molekularstruktur dreiatomiger Gase.

Von P. N. Ghosh und P. C. Mahanti.

1. Teil: CO_2, SO_2, CS_2 und NO_2.

Zusammenfassung.

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit den gemessenen Daten über Refraktion und dielektrische Eigenschaften der Molekeln CO_2, SO_2, CS_2 und NO_2, deren Rotationsschwingungsbanden und bestimmt schließlich noch für jeden einzelnen Fall das Molekülmodell.

Einführung.

Die Struktur der Molekeln kann erforscht werden sowohl durch Untersuchung ihrer Bandenspektren, wie es die Quantentheorie tut, als auch durch die Kenntnis ihrer Lichtbrechung und dielektrischen Eigenschaften. Obwohl auf dem Gebiete der Bandenspektren viel gearbeitet wird, reichen unsere Kenntnisse über die Struktur der Molekeln selbst im Falle dreiatomiger Gase nicht so weit, wie bei den zweiatomigen Molekeln. Die Autoren haben es daher unternommen, die Struktur der dreiatomigen Gase vom Typus XY_2, d. h. CO_2, SO_2, CS_2 und NO_2 durch Analyse ihrer Rotationsschwingungsbanden, wie sie von mehreren Forschern gemessen wurden, ihrer Refraktion und dielektrischen Eigenschaften näher zu untersuchen. Die oben erwähnten dreiatomigen Gase können folgende Gestalt annehmen:

1. Eine lineare Form, d. h. die drei Atome liegen auf einer geraden Linie;

2. eine dreieckige Form, d. h. die Y-Atome sind gleichweit von dem X-Atom entfernt und bilden ein gleichschenkliges Dreieck.

Wir wollen jetzt untersuchen, wie weit die bekannten Daten für die Rotationsschwingungsbanden, sowie für Refraktions- und dielektrische Eigenschaften beiden Formen genügen und dann ein besonderes Modell für jedes Molekül konstruieren, das den experimentellen Werten entspricht.

Die Zahl der Rotationsschwingungsbanden genügt nicht allein, um zu entscheiden, ob wir es mit einer linearen oder drejeckigen Form zu tun haben. Von der Betrachtung der Dynamik räumlicher Oszillatoren ausgehend, besitzen die dreiatomigen Moleküle, die drei Freiheitsgrade haben, drei unabhängige Grundschwingungen. Dies ist von Dennison[1]) ausführlich behandelt worden. Wir werden daher zuerst die Form vom Standpunkt der vorliegenden Daten für den Brechungsindex und die Dielektrizitätskonstante der Molekeln aus behandeln und dann in Zusammenhang bringen mit unseren Beobachtungen über die Banden im nahen Ultrarot, die nach Kratzers Theorie der anharmonischen Oszillatoren in Grund- und Oberschwingungen zerlegt werden können.

Der Zusammenhang zwischen Dielektrizitätskonstante und Molekularstruktur wurde bis zu einem gewissen Grade von Faraday erkannt, jedoch wurde die Theorie erst vollständig entwickelt durch Debye[2]) mittels einer klassisch-statistischen Überlegung. Das Problem wurde dann von Pauli (jr.)[3]) vom Standpunkte der klassischen Quantenmechanik aus behandelt. Mensing und Pauli jr.[4]), R. de L. Kronig[5]) und Van Vleck[6]) gelangen zu demselben Ausdruck durch Anwendung der neuen Quantenmechanik. Endlich hat C. Manneback[7]) die Debyesche Gleichung mittels der Schrödingerschen Wellenmechanik abgeleitet. Wir werden jetzt untersuchen, wie jede Hypothese, die die Struktur der Molekularform behandelt, betrachtet werden kann auf Grund der Daten über Dielektrizitätskonstanten-Messungen. Nach Debye ist die totale Polarisation, P_0, durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$P_0 = \frac{4\pi}{3} \cdot N\left(\gamma + \frac{\mu^2}{3kT}\right),$$

wo N = Avogadrosche Zahl ($6{,}06 \cdot 10^{23}$)
γ = Polarisierbarkeit
μ = Dipolmoment
k = Boltzmannsche Konstante ($1{,}37 \cdot 10^{-16}$)
T = absolute Temperatur.

d. h.

$$P_0 = \frac{4\pi}{3} \cdot N\gamma + \frac{4\pi N\mu^2}{9k} \cdot \frac{1}{T}, \qquad (1)$$

wo

$$a = \frac{4\pi}{3} N\gamma$$

den Beitrag der Verschiebungselektronen und

$$\frac{b}{T} = \frac{4\pi N\mu^2}{9kT}$$

den Beitrag des Dipolmomentes zur Polarisation darstellt. Oder auch

$$P_0 = \frac{n_x^2 - 1}{n_x^2 + 2} \cdot \frac{M}{P} + \frac{4\pi}{3} N \cdot \frac{\mu^2}{kT} - \beta$$

wo

$$\frac{4\pi}{3} N\gamma = \frac{n_x^2 - 1}{n_x^2 + 2} \cdot \frac{M}{P}$$

wobei n_x^2 den Brechungsindex für unendlich lange Wellenlängen bedeutet.

Aber

$$P_0 = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \cdot \frac{M}{P} = \frac{n_x^2 - 1}{n_x^2 + 2} \cdot \frac{M}{P} + \frac{4\pi}{3} N \cdot \frac{\mu^2}{3kT} \qquad (2)$$

1. Fall: Symmetrische Moleküle, d. h. Moleküle mit zentraler Symmetrie, in unserem Falle ein lineares Modell, werden kein permanentes Dipolmoment besitzen, so daß in Gleichung (2) $\mu = 0$ zu setzen ist.

$$\therefore \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \cdot \frac{M}{P} = \frac{n_x^2 - 1}{n_x^2 + 2} \cdot \frac{M}{P} \quad \text{oder} \quad \varepsilon = n_x^2, \qquad (3)$$

d. h. die Maxwellsche Beziehung ist hier erfüllt.

2. Fall: Für ein asymmetrisches Molekül hat das permanente Dipolmoment einen endlichen Wert, so daß im Falle einer dreieckigen Form

$$\varepsilon > n_x^2. \qquad (4)$$

Aber wir würden erwarten, daß n_x^2 nur dem Teil der Dielektrizitätskonstante gleich ist, der der Hochfrequenz- oder induzierten Polarisation entspricht. Dieser letztere Wert wird aus der Neigung der Kurve, die durch die Beziehung

$$P_0 T = a\,T + b$$

gegeben ist, abgeleitet.

Differenzen zwischen diesen beiden Werten sind von Debye, Ebert und anderen dadurch zu erklären versucht worden, daß sie neben der Elektronenverschiebung und dem reinen Rotationsspektrum im Ultraroten, erzeugt durch die festen Dipole, noch die Kernschwingungen berücksichtigen. Sie liegen meistens im Ultraroten und sind weit genug entfernt vom Sichtbaren, so daß sie keine Unregelmäßigkeiten in der gewöhnlichen Dispersionskurve für sichtbares Licht hervorrufen.

1) Dennison, Phil. Mag. **1**, 195, 1926.
2) Debye, Handbuch der Radiologie **6**, 597, 1925.
3) Pauli jr., Zeitschr. f. Physik **6**, 319, 1921.
4) Mensing und Pauli jr., Phys. Zeitschr. **27**, 509, 1926.
5) R. de L. Kronig, Proc. Nat. Acad. Sci. **12**, 488 und 608, 1926.
6) Van Vleck, Phys. Rev. **29**, 727, 1927; **30**, 31, 1927.
7) C. Manneback, Physik. Zeitschr. **27**, 563, 1926.

Finden wir daher, daß der experimentelle Wert der Dielektrizitätskonstante dem Quadrat des Brechungsindex für unendlich lange Wellenlängen gleich ist, so werden wir daraus schließen, daß das Molekül symmetrisch ist, und also im Falle dreiatomiger Gase vom Typus XY_2 ein symmetrisches lineares Modell für die Struktur des Moleküls angenommen werden muß. Andererseits im Falle eines unsymmetrischen Modelles, d. h. eines dreieckigen, werden die Gleichungen (3) und (4) erfüllt, und der Wert der induzierten Polarisation, bestimmt aus der Neigung der experimentellen Kurve, wird dem Quadrat des Brechungsindex für unendlich lange Wellenlängen gleich sein.

Eine dritte Art von Struktur wurde von Heisenberg[1]) vorgeschlagen, nämlich die eines asymmetrischen, linearen Modelles im Falle dreiatomiger Moleküle, wobei das Molekül ein kleines permanentes Dipolmoment haben kann, wenn sich die gegenseitigen Induktionseffekte der zwei gleichen Atome nur teilweise aufheben, je nach dem Gleichgewichtszustand des Moleküls. Daher kann man im Falle des geradlinigen Moleküls nicht unbedingt auf Grund von Symmetrie behaupten, daß das Dipolmoment Null sein muß. Heisenberg hat gezeigt, ausgehend von einer Betrachtung des Einflusses der Deformierbarkeit der Ionen auf die optischen und chemischen Eigenschaften von Molekülen, daß Moleküle vom Typus M_y^+, M_x^{--}, M_y^+ um M_x^{--} herum symmetrisch gebaut sind, wenn die Polarisierbarkeit von M_x^{--} unter einer bestimmten Grenze liegt, die von der Natur der Bindung zwischen M_x und M_y abhängig ist. Wenn die Polarisierbarkeit diese Grenze überschreitet, ist die stabile Gestalt unsymmetrisch. Das von einer solchen Dissymmetrie herrührende Dipolmoment wird wahrscheinlich viel kleiner sein, als das desselben Moleküles in Dreiecksanordnung. Wenn der Winkel des Dreiecks nicht zu groß ist, sind die Induktionseffekte fast additiv; und für ein geradliniges Modell ist die Dissymmetrie durch Differenz gegeben. Daher können die dreiatomigen Moleküle geradlinig sein und trotzdem ein kleines Dipolmoment haben, welches von dieser Differenz herrührt, die mit den durch die Polarisierbarkeit der Atome eingeführten Stabilitätszuständen verbunden ist.

Wir werden daher die Anwendungsmöglichkeit der drei Modelle untersuchen, d. h. (1) ein symmetrisches, lineares Modell, (2) ein asymmetrisches lineares Modell und (3) ein asymmetrisches dreieckiges Modell für dreiatomige Moleküle, welche in dieser Arbeit unter Verwendung ihrer Rotationsschwingungsbanden, ihrer Brechungsindizes und ihrer Dielektrizitätskonstanten behandelt werden sollen.

Um die Richtigkeit der bekannten Daten der verschiedenen Beobachter für die Dielektrizitätskonstanten zu prüfen, ist es zweckmäßig, zuerst die Werte für die Dielektrizitätskonstante von reiner Luft zu vergleichen und dann zu entscheiden, welchen dieser Werte wir für unsere Zwecke verwerten wollen. Die folgende Tabelle gibt die Zahlen der verschiedenen Beobachter für die Dielektrizitätskonstante von reiner Luft und das Quadrat des Brechungsindex für unendlich lange Wellenlängen an. Der Wert n_∞^2 und die ersten fünf Werte von ε sind dem Graetzschen Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus (Artikel von Schrödinger) entnommen worden.

Tabelle I.

	$(\varepsilon - 1) \cdot 10^4$ bei 0° C	$(n_\infty^2 - 1) \cdot 10^{-7}$ bei 0° C	Fehler Proz.
Boltzmann	5900	5854	+ 0.79
Klemenčic	5860	5854	— 0.12
Tangl	5760	5854	— 1.60
Verain	5850	5854	— 0.06
Rohmann	5800	5854	— 0.92
Pohrt	5860	5854	— 0.12
Fritts	5400	5854	— 7.76
Watson	5680	5854	— 2.99
Zahn	5720	5854	— 2.30
Stuart	5820	5854	— 0.58

Aus der Tabelle ersehen wir, daß die Resultate von Verain die zuverlässigsten sind, vorausgesetzt, daß dieselbe Genauigkeit sich auf alle seine Beobachtungen erstreckt. Als nächst genaue Werte können die von Klemenčic, Pohrt, Stuart, Boltzmann, Tangl, Zahn und Watson angesehen werden. Die Resultate von Fritts scheinen die unsichersten zu sein.

CO_2. Für dieses Gas ist die Dielektrizitätskonstante bestimmt worden von Boltzmann, Klemenčic, Verain, Rohmann, Pohrt und andere durch Anwendung der älteren klassischen Methode. Kürzlich haben Zahn und Stuart unabhängig voneinander Messungen der Dielektrizitätskonstante mit einer Schwebungsmethode ausgeführt. Durch einen Vergleich der Werte der Dielektrizitätskonstante von Luft von verschiedenen Autoren haben wir gesehen, daß die Werte von Verain die zuverlässigsten unter den älteren Beobachtern sind, daher werden wir den Wert der Dielektrizitätskonstante von Verain als den richtigen annehmen. Die Werte von $(\varepsilon - 1)$, bestimmt von Verain[1]), Zahn[2]) und

1) Heisenberg, Zeitschr. f. Phys. **26**, 196, 1924.

1) Verain, Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus **1**, 193, 1918.

2) Zahn, Phys. Rev., **27**, 455, 1926.

Stuart[1]), sind in Tabelle II verzeichnet. Der Wert von n_x^2 wurde extrapoliert mittels der Dispersionsformel von O. Fuchs[2]).

Tabelle II.

	$(\varepsilon - 1) \cdot 10^{-7}$ bei 0° C	$(n_x^2 - 1) \cdot 10^{-7}$ bei 0° C
Verain	975	975
Zahn	(972)	975
Stuart	987	975

Die auffallende Übereinstimmung zwischen den Werten von Verain und n_x^2 setzt die Aussage, daß das CO_2-Molekül vollkommen symmetrisch gebaut ist, außer Zweifel. Der Wert von Zahn ergibt das gleiche Resultat. Der Wert von Stuart ist nur um 1,2 Proz. höher. Dies zeigt, daß das CO_2-Molekül eine symmetrische lineare Struktur hat. Daher kann kein Dipolmoment in dem Molekül auftreten. Dies bestätigen die experimentellen Werte von Zahn und Stuart. Zahn findet einen Wert für das Dipolmoment von der Größenordnung $0{,}06 \cdot 10^{-18}$, welcher kleiner ist als der experimentelle Fehler, während Stuart genau den Wert Null für das Dipolmoment des CO_2-Moleküls erhielt.

Dennison[3]) stützt sich für sein dreieckförmiges Modell auf den Wert $0{,}142 \cdot 10^{-18}$, wie er von Weigt[4]) bestimmt wurde. Man kann nun zeigen, daß selbst dieser kleine Wert für das Dipolmoment eine große Abweichung von dem aus Gleichung (2) errechneten und experimentell bestimmten Wert ergibt. Nach Gleichung (2) erhalten wir

$$\frac{n_x^2 - 1}{n_x^2 + 2} \frac{M}{P} = 7{,}280 \text{ cm}^3$$

und

$$\frac{4\pi}{3} N \cdot \frac{\mu^2}{3kT} = 0{,}456 \text{ cm}^3$$

$$\therefore \varepsilon - 1 = 0{,}00136.$$

Es mag hier erwähnt werden, daß von den verschiedenen Werten der Dielektrizitätskonstante derjenige von Pohrt der höchste ist, der bis 1,000994 kommt.

Nachdem wir festgestellt haben, daß die Molekularstruktur von CO_2 linear ist, sind wir in der Lage, die Banden des Moleküls im Ultraroten zu deuten. Im Prismenspektrum von CO_2 sind drei ultrarote Banden bei ungefähr 2,7 μ, 4,3 μ und 14,7 μ beobachtet worden. Die zwei kürzeren Wellenlängen wurden von Barker[5]) untersucht mit der höchst verfügbaren Dispersion einer Prisma-Gitter-Kombination. Es war möglich, das Band bei 4,3 μ in ein Dublett aufzulösen mit einer Bande bei 4,253 μ; aber er konnte keine Feinstruktur feststellen. Der Bereich bei 2,7 μ wurde in zwei Banden aufgelöst mit Zentren bei 2,694 μ und 2,767 μ. Sie erschienen als Dubletts mit Andeutung von Feinstruktur. Ausgehend von einer symmetrischen linearen Anordnung der drei Atome errechnete Barker das mittlere Trägheitsmoment bei $50{,}5 \cdot 10^{-40}$ gr · cm² und bestimmte den Abstand vom zentralen C-Atom zu jedem O-Atom zu $0{,}975 \cdot 10^{-8}$ cm. Der große Wert des Trägheitsmomentes erklärt das Fehlen von Feinstruktur bei einem geringen Auflösungsvermögen, und die niedrige Frequenz, die aus diesem Trägheitsmoment folgt, verschiebt das Rotationsspektrum von CO_2 hinter 300 μ, was in Übereinstimmung ist mit der von Rubens gefundenen Tatsache, daß vor 300 μ kein Band zu finden ist. Diese experimentelle Angabe Barkers weist wiederum darauf hin, daß ein symmetrisches lineares Modell für CO_2 gerechtfertigt ist.

Die Annahme eines symmetrischen linearen Modelles wird weiterhin noch gestützt durch die Analyse der nahen ultraroten Banden von Eucken[1]), der die Theorie der anharmonischen Oszillatoren auf sein Modell anwendet. Auf Grund rein dynamischer Betrachtungen sollte ein solches Modell zwei Banden bei 4,253 μ und 14,87 μ und ein Band, das optisch inaktiv ist, bei 7,86 μ aufweisen. Die Frequenzen der verschiedenen berechneten Oberschwingungen stimmen sehr gut überein mit der Frequenz der in Tab. III aufgeführten beobachteten Banden.

Tabelle III.

Kombinationen	λ (ber.)	λ (beob.)
$\nu_1 + \nu_{11}$	4.28	4.253
$\nu_2 + \nu_{22}$	7.86	inaktiv
$\nu_3 + \nu_{33}$	14.87	14.87
$2\nu_1 + 4\nu_{11}$	2,010	2.002
$2\nu_1 + 8\nu_{11}$	2,039	2.043
$\nu_1 + \nu_2 + \nu_{11} + \nu_{12} + \nu_{22}$	2,768	2.767
$\nu_1 + \nu_2 + \nu_{11} + 2\nu_{12} + 3\nu_{33}$	2,691	2.694
$\nu_2 + \nu_3 + \nu_{22} + \nu_{33}$	5.135	—
$\nu_2 + \nu_3 + 3\nu_{22} + \nu_{33}$	4.880	4.880
$\nu_1 - \nu_2 + \nu_{11} - \nu_{22}$	9.425	9.425
$\nu_1 - \nu_2 + \nu_{12} - 3\nu_{22}$	10.410	10.420
$\nu_1 + 2\nu_2 + \nu_{11} + 2\nu_{12} + \nu_{22}$	2,003	1.996
$2\nu_1 + \nu_2 + 4\nu_{11} + 2\nu_{12} + \nu_{22}$	1,660	—
$2\nu_1 + \nu_2 + 4\nu_{11} + 4\nu_{12} + 3\nu_{22}$	1,629	1.629
$2\nu_1 + \nu_2 + 8\nu_{11} + 3\nu_{12} + \nu_{22}$	1,615	1.602

Diese Resultate zeigen, daß das Band bei 2,74 μ keiner Grundschwingung entspricht, wie

1) Stuart, Zeitschr. f. Phys. **47**, 457, 1928.
2) O. Fuchs, Zeitschr. f. Phys. **46**, 519, 1928.
3) Dennison, loc. cit.
4) H. Weigt, Physik. Zeitschr. **22**, 643, 1921.
5) Barker, Astrophys. Journ. **55**, 391, 1922.

1) Eucken, Zeitschr. f. Phys. **37**, 714, 1926.

Dennison[1]), Schaefer und Phillips[2]) es annahmen; daher ist das dreieckige Modell für CO_2 nicht gültig. Ferner zeigt eine nähere Untersuchung der Eucken'schen Analyse sofort, daß die Absorption bei 2,694 μ stärker sein muß als bei 2,767 μ. Diese Erwartung steht im Einklang mit den experimentellen Resultaten von Barker. Außerdem möchten wir darauf hinweisen, daß Euckens Annahme einer Grundschwingung bei 7,86 μ vollkommen gerechtfertigt ist durch folgende Tatsachen:

Die Ergebnisse der Lichtzerstreuung von Raman und Krishnan[3]) führen nämlich auch zu einem linearen Modell, wie der große Wert des Depolarisationsgrades zeigt.

Schließlich besteht das Raman-Spektrum von CO_2, wie es von Rasetti[4]) beobachtet wurde, aus zwei Banden in der Gegend von 7,8 μ. (Es sind 7,79 μ und 7,19 μ.) Diese beiden Banden können dem Übergang vom Zustand 0 zum Zustand 1 und vom Zustand 1 zum Zustand 0 zugeschrieben werden, erzeugt durch die Änderung von $\Delta l = \pm 1$. Diese beiden Zustände sind möglich unter gewöhnlichen Bedingungen. Sie weisen jedenfalls darauf hin, daß 7,49 μ die Grundschwingungsbande $0 - 0$ ist, deren Absorption optisch inaktiv und daher die wichtigste bei der Streuung ist. Diese Beobachtung von Rasetti und ähnliche Untersuchungen der Raman-Spektren bei anderen Substanzen deuten darauf hin, daß es mehrere Grundfrequenzen des Moleküles geben kann. Unter der Wirkung eines elektromagnetischen Strahlungsfeldes ordnen sich die Moleküle derart, daß eine der Schwingungsrichtungen mit der Richtung der Schwingungsfortpflanzung zusammenfällt und sich wie eine optisch inaktive Komponente im Falle symmetrisch-linearer Struktur nach Eucken verhält.

SO_2. Für dieses Gas ist die Dielektrizitätskonstante gemessen worden von Klemenčic, Baedeker und Verain. Wie schon erwähnt wurde, werden wir den von Verain gefundenen Werten das größte Zutrauen schenken dürfen. Der extrapolierte Wert des Brechungsindex, d. h. n_x^2, und der Wert der Dielektrizitätskonstante sind dem „Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus" von Graetz entnommen worden.

Die Resultate zeigen offensichtlich, daß

$$\varepsilon > n_x^2.$$

Daher ist die Struktur von SO_2 unsymmetrisch,

1) Dennison, loc. cit.
2) Schaefer u. Phillips, Zeitschr. f. Phys. **36**, 399 und 641, 1926.
3) Raman u. Krishnan, Phil. Mag. **3**, 713, 1927.
4) Rasetti, Nature **123**, 204, 1929.

Tabelle IV.

	$(\varepsilon - 1) \cdot 10^{-7}$ bei 0° C	$(n_x^2 - 1) \cdot 10^{-7}$ bei 0° C
Verain	9060	1407

und wir müssen annehmen, daß es eine Dreiecksform besitzt oder linear ist, wie es Born und Heisenberg vorgeschlagen haben. Zwischen diesen beiden Modellen kann entschieden werden durch den Wert des Dipolmomentes des Moleküls, da wir wissen, daß ein unsymmetrisches lineares Modell ein kleines Dipolmoment hat im Vergleich zu dem dreieckigen. Hund[1]) hat außerdem gezeigt, daß im Falle von SO_2 das dreieckige Modell das stabilste ist.

Jona, Weigt und Zahn haben den Wert des Dipolmomentes mittels der Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante von SO_2 gemessen. Zahn[2]) hat sich der empfindlichen Schwebungsmethode für seine Messungen der Dielektrizitätskonstante bedient; wir werden seinen Wert für richtig ansehen. Er fand $\mu = 1{,}611 \cdot 10^{-18}$ und einen Wert von der Größenordnung 1,001433 für die Polarisierbarkeit des Moleküls. Dieser letztere Wert stimmt auffallend gut überein mit dem Wert von n_x^2 mit einem Fehler von ungefähr 2 Proz. Hierdurch wird die Behauptung von Van Vleck[3]), daß der Wert von n_x^2 dem Teil der Dielektrizitätskonstante gleich sein wird, erzeugt durch „Hochfrequenzelemente" oder Induktionspolarisation, bestätigt.

Wenn wir $\mu = 1{,}611 \cdot 10^{-18}$ annehmen, können wir die Dielektrizitätskonstante von SO_2 durch Gleichung (2) errechnen und sehen, ob sie mit dem von Verain gefundenen Wert übereinstimmt. Es ist

$$\frac{n_x^2 - 1}{n_x^2 + 2} \cdot \frac{M}{P} = 10{,}50 \text{ cm}^3$$

und

$$\frac{4\pi}{3} N \cdot \frac{\mu^2}{3kT} = 58{,}65 \text{ cm}^3$$

$$\therefore \varepsilon - 1 = 0{,}00926.$$

Dieser Wert stimmt mit dem von Verain innerhalb eines Fehlers von ca. 2 Proz. überein.

Daher können wir folgern, daß das SO_2-Molekül eine dreieckige Struktur hat, denn das große Dipolmoment spricht gegen ein unsymmetrisches lineares Modell.

Das dreieckförmige Modell kann auch angenommen werden auf Grund von Untersuchungen der Banden im nahen Ultrarot. In einem Pris-

1) Hund, Zeitschr. f. Phys. **31**, 81, 1925.
2) Zahn, loc. cit.
3) Van Vleck, Phys. Rev. **30**, 31, 1927.

men-Spektrum beobachtete Coblentz die Banden bei 3,18 μ, 3,97 μ, 5,68 μ, 7,40 μ, 8,70 μ und 10,37 μ. Durch eine Analyse der Absorptions-Intensitäten der Banden nahmen wir die Banden bei 7,4 μ, 8,7 μ und 10,37 μ als Grundbanden an. Die anderen Banden ergeben sich dann als „Kombinationstöne", wie Tabelle V zeigt.

Tabelle V.

Kombinationen	Intensität	λ (ber.)	λ (beob.)
ν_1	10,0	—	7,40
ν_2	10,0	—	8,70
ν_3	4,3	—	10,37
$2\nu_1 - \nu_3$	1,5	5,75	5,68
$\nu_1 + \nu_2$	2,3	3,99	3,97
$3\nu_1 - \nu_3$	2,2	3,24	3,18

Diese kleine Diskrepanz zwischen errechneten und beobachteten Werten muß zwei Ursachen zugeschrieben werden. 1. Der Prismen-Spektrograph von Coblentz hatte nicht das gleiche Auflösungsvermögen, wie das von Barker und anderen; 2. die Einwirkung der gegenseitigen Beeinflussung der Terme wurde vernachlässigt, wie z. B. ν_{11}, ν_{22}, ν_{33}, ν_{12}, ν_{23}, ν_{13} usw.

Zusammenfassend können wir folgern, daß das SO_2-Molekül eine dreieckige Struktur hat.

CS_2. Die Dielektrizitätskonstante von CS_2 im Dampfzustand wurde von Klemenčic gemessen. Dieser Wert für ε und der extrapolierte Wert für n_∞ sind dem Graetzschen Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus entnommen worden.

Tabelle VI.

	$(\varepsilon - 1) \cdot 10^{-6}$ bei 0° C	$(n_\infty^2 - 1) \cdot 10^{-6}$ bei 0° C
Klemenčic	2900	2956

Der Wert des Brechungsindex von Mascart bei $\lambda = 0{,}671$ μ ergibt $n^2 = 1{,}002916$, d. h. $(n^2 - 1) \cdot 10^{-6} = 2916$.

Diese Resultate zeigen, daß die Maxwellsche Beziehung $\varepsilon = n^2$ vollständig erfüllt ist. Daher ist das Molekül symmetrisch und wird kein permanentes Dipolmoment besitzen.

Es mag hier darauf hingewiesen werden, daß wir selbst im flüssigen Zustand für das CS_2-Molekül, wo $\varepsilon = 2{,}64$ und $n = 1{,}62$, also $n^2 = 2{,}65$, $\varepsilon = n^2$ finden.

Wir können also aus Brechungsindex und Dielektrizitätskonstante des Moleküls, sowohl im flüssigen als auch im gasförmigen Zustande, erwarten, daß das Molekül eine symmetrisch-lineare Struktur wie CO_2 hat und nicht eine asymmetrische lineare vom Typus Born und Heisenberg. Kürzlich hat Zahn[1]) die Temperaturabhängigkeit von CS_2-Dampf mittels seiner Schwebungsmethode gemessen; er findet einen kleinen Wert für das Dipolmoment. Dies führte Zahn dazu, dem CS_2-Molekül ein asymmetrisches lineares Modell beizulegen; aber die folgende Berechnung wird zeigen, daß vielleicht bei der Zahnschen Messung irgendein Fehler unterlaufen ist.

Nimmt man den von Zahn gemessenen Wert als $\mu = 0{,}326 \cdot 10^{-18}$ an, so haben wir gemäß Gleichung (2)

$$\frac{n_\infty^2 - 1}{n_\infty^2 + 2} \frac{M}{\rho} = 22{,}08 \text{ cm}^3$$

und

$$\frac{4\pi}{3} N \frac{\mu^2}{3kT} = 2{,}40 \text{ cm}^3$$

$$\therefore \varepsilon - 1 = 0{,}003280 .$$

Dieser Wert von ε weicht erheblich ab von dem tatsächlich gemessenen Wert von Klemenčic. Außerdem findet Zahn einen Wert von der Größenanordnung von 1,002798 für die Polarisierbarkeit des Moleküls, die gleich sein müßte dem Teil der Dielektrizitätskonstante, die aus den Hochfrequenzelementen oder der Induktionspolarisation hervorging, analog dem Falle SO_2. Aber selbst hier zeigt dieser Wert keine Übereinstimmung, da der extrapolierte Wert des Brechungsindex $n_\infty^2 = 1{,}002956$ ergibt. Es ist daher ratsam, die Messungen an CS_2-Dampf mittels einer Schwebungsmethode zu wiederholen.

Betrachten wir die Banden im nahen Ultrarot, so finden wir, daß nur für das Molekül im flüssigen Zustand Daten, von Coblentz, vorliegen. Mit Hilfe eines Prismenspektrometers fand Coblentz Banden bei 3,22 μ, 4,60 μ, 6,75 μ, 11,75 μ und 13,45 μ. Wie im Falle von CO_2 können wir für das CS_2-Molekül im flüssigen Zustande eine Grundbande bei 13,73 μ, die optisch inaktiv ist, voraussetzen.

Daher ist

$$\nu_1 = 14{,}81$$
$$\nu_2 = 851$$
$$\nu_3 = 728.$$

Tabelle VII.

Kombinationen	λ (ber.)	λ (beob.)
ν_1	—	6,75
ν_2	—	11,75
ν_3	13,73	inaktiv
$\nu_1 + \nu_2 + \nu_3$	3,27	3,22
$\nu_1 + \nu_3$	4,53	4,60
$\nu_1 + \nu_2$	13,28	13,45
$\nu_1 + \nu_3$		

1) Zahn, Phys. Rev. **32**, 497, 1928.

Ganz kürzlich wurde der Raman-Effekt von CS_2 im flüssigen Zustand in Prof. Ramans Laboratorium untersucht und man fand zwei verschobene Linien, die den ultra-roten Frequenzen von 12,50 μ und 15,27 μ entsprachen (Privat-Mitteilung). Dies weist darauf hin, daß eine optisch inaktive Komponente bei einer Wellenlänge $\lambda = 13{,}73\ \mu$ existieren wird, deren Schwingungen längs der Verbindungslinien liegen werden. Es ist offenbar diese Schwingungskomponente, die bei der Streustrahlung stark auftreten wird. Die Moleküle können jedoch unter normalen Umständen so bleiben, daß die Übergänge $1 \to 0$ und $0 \to 1$ möglich sind. Es sind eben diese beiden Zustände, die Energie der einfallenden Strahlung absorbieren und die Frequenz des gestreuten Lichts verschieben und so die beiden stark verschobenen Linien erklären. Die anderen Absorptionsbanden können vielleicht bei längerer Belichtungszeit erscheinen.

Auch der Polarisationsgrad bei gestreutem Licht weist auf ein symmetrisches lineares Modell hin. Wir können deshalb zusammenfassend behaupten, daß das CS_2-Molekül eine lineare Struktur hat wie CO_2.

NO_2. Für die Messungen der Dielektrizitätskonstante von NO_2 sind nur die Daten von Baedeker bekannt und sind dem Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus von Graetz entnommen worden. Der Wert für den Brechungsindex bei $\lambda = 0{,}644\ \mu$ stammt von C. und M. Cuthbertson in den Tabellen von Landolt-Börnstein. Diese Werte, obwohl sie nicht korrekt sind, können uns doch bei der Aufstellung eines molekularen Modelles helfen.

Von Baedeker haben wir folgende Werte

$$\varepsilon = 1{,}001800 \quad (60^0\ \mathrm{C})$$

$$= 1{,}002196 \quad (0^0\ \mathrm{C})\ \text{annähernd}$$

und von C. und M. Cuthbertson

$$n = 1{,}000509 \text{ bei } \lambda = 0{,}644\ \mu$$

$$\therefore n^2 = 1{,}001018.$$

Daher ist

$$\varepsilon > n^2.$$

Hieraus ersehen wir, daß das Molekül unsymmetrisch ist und ein dreieckiges oder ein asymmetrisches lineares Modell vom Typus Heisenberg haben muß. Wir können zwischen diesen beiden Modellen entscheiden, wenn wir uns ein rohes Bild von der Größenordnung des Dipolmomentes machen, da doch ein dreieckiges Modell ein größeres Dipolmoment bedingt, als das asymmetrische lineare Molekül. Das Dipolmoment kann ungefähr durch Gleichung (2) errechnet werden:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{M}{P} = 7{,}6\ \mathrm{cm}^3$$

und

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \cdot \frac{M}{P} = 16{,}4\ \mathrm{cm}^3$$

$$\therefore \frac{4\pi}{3} N \cdot \frac{\mu^2}{3kT} = 8{,}8\ \mathrm{cm}^3$$

oder

$$(22 \cdot 6)\ \mu^2 \cdot 10^{36} = 8{,}8$$

d. h.

$$\mu = 0{,}62 \cdot 10^{-18}.$$

Dies zeigt, daß das Modell von NO_2 wahrscheinlich dreieckförmig ist.

Andererseits sind die einzigen vorliegenden Daten für die nahen ultraroten Banden die von Warburg und Leithäuser[1]). Sie fanden nur zwei Banden bei 4,43 μ bzw. 6,12 μ.

Die Lichtstreuung weist also auch auf ein dreieckiges Modell hin. Es wird aber doch wertvoll sein, die Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante genau zu messen, um dann eindeutig über die Struktur entscheiden zu können.

1) Warburg u. Leithäuser, Ann. d. Phys. **23**, 209, 1907; **28**, 313, 1908.

Calcutta, Laboratorium für Angewandte Physik der Universität.

(Eingegangen 1. Juli 1929.)

Wasserstoff und die photoelektrische Emission aus Kalium.

Von Norman Campbell.

(Mitteilung aus den Untersuchungslaboratorien der General Electric Company, Ltd., Wembley.)

Unsere Forschungen über die Sensibilisierung von Alkalimetallen durch Entladung in Wasserstoff, wie sie bereits früher[1]) erwähnt wurde, sind noch nicht abgeschlossen. Aber da durch die Arbeiten von R. Suhrmann[2]) und

1) N. Campbell, Phil. Mag. **6**, 646, 1928.
2) R. Suhrmann, Physik. Zeitschr. **29**, 811, 1928.

R. Fleischer[1]) Interesse an diesem Gegenstand erweckt worden ist, so mag es wünschenswert erscheinen, wenn hier einige der bisher erreichten Schlußfolgerungen betrachtet werden.

1. Die schon früher ausgesprochene Vermutung, die Sensibilisierung werde einfach durch die Zahl der auf die Kathode auftreffenden Ionen bestimmt, hat sich endgültig als falsch herausgestellt. Tatsächlich ist sie unvereinbar mit der Tatsache[2]), daß, zumindest in manchen Fällen, die Entladung in Wasserstoff eine Kaliumschicht sensibilisiert, wenn diese die Anode der Entladung darstellt. Dies kann mühelos nachgeprüft werden, wenn man statt der selbständigen Glimmentladung die unselbständige Townsend-Entladung verwendet, die durch die photoelektrische Emission von der Kathode aufrecht erhalten wird. Durch die Townsend-Entladung wird eine nur sehr geringe Sensibilisierung erzielt; selbst wenn man ein Potential verwendet, das gerade unterhalb des Glimmpotentials liegt, und die Kathode intensiv belichtet, so daß der Strom stärker ist als bei der Glimmentladung im Dunkeln, so bleibt doch der schließlich erreichte Grad an Sensibilisierung und Empfindlichkeit bei weitem geringer als im Falle einer Glimmentladung.

Diese Beobachtung legt die Vermutung nahe, daß ein Kathodengefälle für die Sensibilisierung von wesentlicher Bedeutung ist. R. Suhrmanns Versuche zeigen jedoch, daß dies nicht nötig ist, und weitere Beobachtungen des Verf. weisen nach, daß dies nicht genügt. Wenn ein Potential, das größer als das Glimmpotential ist, auf die Zelle einwirkt und irgendein Strombegrenzer (entweder ein thermoionisches Ventil oder einen hohen Widerstand) in den Stromkreis geschaltet wird, so daß die Glimmentladung nicht permanent durchgehen kann, so vollzieht sich die Entladung intermittierend. Diese Art der Entladung ist sehr bekannt in Verbindung mit der „aufleuchtenden" Neonlampe[3]) und fand Verwendung in Verbindung mit der photoelektrischen Zelle[4]). Jedes Aufleuchten entspricht vermutlich einer Glimmentladung und erzeugt ein Kathodengefälle. Es ergab sich jedoch, daß eine derartige intermittierende Entladung bei der Sensibilisierung der Kathode weit weniger wirksam ist als eine kontinuierliche Entladung, bei der die gleiche Gesamtquantität an Elektrizität durchgeht.

2. Obwohl die Veränderung der Farbe der Oberfläche untrennbar mit der Sensibilisierung zusammenhängt, besteht doch keine sehr enge Verbindung zwischen der entstandenen Farbe und der Empfindlichkeit. Oberflächen gleicher Färbung können ganz verschiedene Empfindlichkeitsgrade aufweisen, und solche mit gleicher Empfindlichkeit ganz verschiedene Färbungen, selbst wenn die Sensibilisierung unter augenscheinlich ganz den gleichen Bedingungen vor sich ging.

3. Nachdem der höchste Grad an Empfindlichkeit durch die Entladung erreicht worden ist, sinkt die Empfindlichkeit nach dem Aufhören der Entladung, aber sie fällt nicht bis zu dem Wert vor der Sensibilisierung. Die volle Empfindlichkeit (oder zumindest eine gesteigerte Empfindlichkeit) wird erneut durch eine Entladung in einem anderen Gas als Wasserstoff, beispielsweise Argon, erreicht. Diese Tatsache muß allen denen gut bekannt sein, die gasgefüllte Zellen benützen; bei den meisten dieser Zellen ist die Empfindlichkeit dann viel höher, wenn kurz vorher eine Glimmentladung hindurchgegangen ist nach einer langen Ruhepause.

4. Man kann zunächst eine Sensibilisierung auch durch eine Entladung in anderen Gasen als Wasserstoff herbeiführen, beispielsweise in Stickstoff. Die Wirkung einer Entladung in Stickstoff auf eine nicht sensibilisierte Oberfläche entspricht qualitativ der einen Entladung in Wasserstoff; es findet ein Wechsel der Färbung und eine Steigerung der Empfindlichkeit statt; aber die erzielte Empfindlichkeit ist nicht so hoch.

Wir wollen nicht behaupten, eine vollständige Sensibilisierungstheorie erreicht zu haben. Aber unsere Versuche stützen die Ansicht R. Fleischers, daß mit der Sensibilisierung zwei ganz verschiedene Veränderungen eng zusammenhängen. Die eine besteht in einer Veränderung der groben Oberflächenstruktur, die sich durch eine Farbänderung kundgibt; die Vermutung, daß ein Verdampfen von Kalium die Ursache für diese Änderung bilde, erscheint plausibel, kann aber nach unserer Ansicht nicht als bewiesen betrachtet werden. Die andere besteht höchstwahrscheinlich in einer Veränderung der Atomstruktur der Oberfläche, die auf die Bildung oder (weniger wahrscheinlich) die Entfernung einatomiger Gasschichten zurückzuführen ist.

(Eingegangen 15. Juni 1929.)

1) R. Fleischer, Physik. Zeitschr. **30**, 320, 1929.
2) N. Campbell, a. a. O. S. 637.
3) Siehe z. B. J. Taylor und W. Clarkson, Phys. Soc. Proc. **36**, 269, 1924.
4) N. Campbell, Phil. Mag. **4**, 726, 1927.

Der Widerstandsbeiwert bei turbulenten Strömungen durch rauhe Kanäle.

Von M. F. Treer (Budapest).

A. Die eigene Versuchseinrichtung.

Bei der vorliegenden Untersuchung habe ich mich entschlossen, einmal als Grenzfall der höchsten Rauhigkeit einen Kanal mit sogenannten Ponceletprofilen auszumessen. Ein solcher Kanal besteht bloß aus einer Reihe von gleichen Ponceletöffnungen (Staurändern), die im vorliegenden Falle $b = 50 \times 50$ mm groß waren. In einem solchen Kanal geht die gesamte Energie der Flüssigkeit in Wirbelbildung über. Der Raum für diese Wirbel (Abb. 2 *R*) wird hier möglichst groß gehalten, damit gibt dieses Wandprofil für ein Rohr den größten Druckverlust. Bei den Versuchen habe ich großen Wert darauf gelegt, daß von den verschiedenen Variabeln immer nur eine sich ändere. Und zwar ist das bei dem Ponceletprofil besonders glücklich dadurch gelungen, daß ich abweichend von den bisherigen

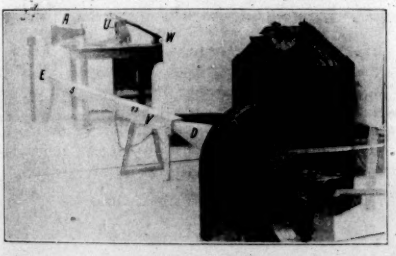


Fig. 1.

Versuchen den Abstand der Ponceletöffnungen, also die Teilung des Profiles veränderlich gemacht habe. Meine Versuche schließen sich an jene, die im Kármánschen Institut der Technischen Hochschule zu Aachen von Hopf und Fromm[1]) und nachher von Fritsch[2]) an den sogenannten Sägeprofilen durchgeführt wurden. Deshalb werde ich erst über eigene Versuche berichten und dann besonders mit Hilfe der Aachener Ergebnisse einen möglichst einheitlichen Überblick geben.

Die Versuche habe ich im hydrodynamischen Maschinenlaboratorium der Technischen Hochschule zu Budapest durchgeführt, die Versuchsanordnung zeigt Fig. 1; den Einlauf mit dem vorderen Ende des Versuchsrohres Fig. 2. Die Versuchseinrichtung saugt aus der ruhigen Luft der Maschinenhalle durch einen sorgfältig abgerundeten Einlauftrichter (*E*), welcher die Luft in das unmittelbar anschließende Versuchsrohr (*V*) führt. Aus diesem kommt die Luft durch einen Diffusor (*D*) in den Ventilator (*T*). Das Versuchsrohr ist aus 10 mm dickem Eichenholz,

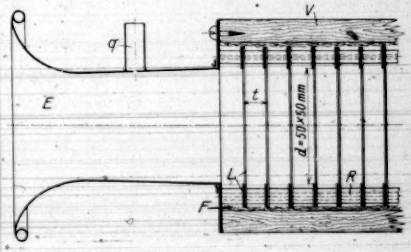


Fig. 2.

ausgiebig mit Wachsanstrich gedichtet, angebohrt mit 11 Meßlöchern 295 mm weit voneinander. Die innere Seite des Versuchsrohres ist mit Filz (Fig. 2 *F*) überzogen und in diesem ist eingebettet ein System von $10 \times 0{,}5$ mm starken Lamellen, welche die obenerwähnten Ponceletöffnungen bilden, in gleichem Abstand (t) hintereinander. Dieser Abstand wurde dann bei den drei Versuchsreihen (siehe Fig. 3) nacheinander auf $t = 10{,}5$, 15,9 und 20,1 mm eingestellt.

Gemessen wurde das Druckgefälle (Δp) zwischen den Meßlöchern 5, 11 (in Fig. 1 mit Ziffern bezeichnet). Diese waren 1270 bzw. 3038 mm weit vom Anfang des Rohres, die Meßstrecke war also $l = 1768$ mm lang. Um die Durchflußmenge der Luft zu kennen, wurde die Saughöhe (q) (Fig. 2) im Einlauftrichter gemessen und der Kontraktionskoeffizient ($\varkappa$) mit Hilfe der im 9. Meßquerschnitt ausgemessenen Geschwindigkeit bestimmt.

Die Druckunterschiede Δp und q wurden mittels *U*-Rohren gemessen (Fig. 1 *U*), welche an einer Seite von unten mit einer Rohrlampe (*W*) beleuchtet, und von der anderen Seite mit einem Apparat (*A*) fast in natürlicher Größe photographiert wurden. Der Meniskus des im *U*-Rohre befindlichen Alkohols erscheint dann schon bei kurzer Belichtungszeit ($^1/_{50}$ sec.) genügend deutlich auf der Platte. Auf dieselbe Platte wurde eine große Anzahl von Aufnahmen gemacht; damit sie einander nicht stören, wurde mittels eines Diaphragmas nur der mittlere Teil des Meniskusbildes in die Photokammer eingelassen und der ganze Apparat bei jeder Änderung der Durchflußmenge ein wenig seitlich gedreht. Bei jedem Beharrungszustand wurde bei der Messung

1) Zeitschr. f. angew. Mathem. u. Mechanik, Jahrgang 1923, Seite 337.
2) Zeitschr. f. angew. Mathem. u. Mechanik, Jahrgang 1928, Seite 199.

der Widerstandsbeiwerte fünfmal geknipst, und zehnmal geknipst bei Ausmessung der Geschwindigkeitsverteilung. Aus den so gewonnenen fünf bzw. zehn Beobachtungswerten wurde der Mittelwert gebildet.

Die Auswertung der Platten ist an einem Okularmikrometer bis zu einigen hundertstel Millimetern Genauigkeit geschehen.

Das hydrodynamische Laboratorium und die nötigen Meßinstrumente haben mir die Professoren der Technischen Hochschule E. Schimanek und G. Szabó zur Verfügung gestellt. Dafür sei mir auch hier gestattet, meinen besten Dank zu äußern.

B. Die Versuchsergebnisse.

Die gewonnenen Meßwerte wurden in dimensionslose Beiwerte umgerechnet und in Fig. 3 aufgetragen. Der Widerstandsbeiwert (ψ) wurde dabei berechnet:

$$\psi = \frac{r}{l} \frac{\Delta p}{x^2 \cdot q}, \qquad (1)$$

wobei r der hydraulische Radius (= 12,5 mm) und l die Kanallänge (= 1768 mm) ist. Der Widerstandsbeiwert ist stark abhängig von der Reynoldsschen Zahl:

$$R = \frac{r \cdot v_{\text{mitt.}}}{\nu}, \qquad (2)$$

wo $v_{\text{mitt.}}$ die mittlere Geschwindigkeit und ν die kinem. Zähigkeit ist.

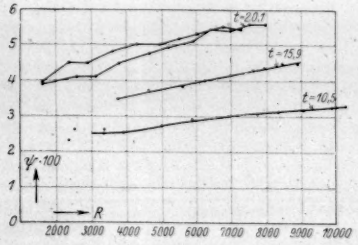


Fig. 3.

Es ist zu bemerken, daß mit Vergrößerung des Widerstandsbeiwertes die Druckschwankungen besonders bei kleinen Reynoldsschen Zahlen während der Messung immer stärker werden. Das hat zur Folge, daß die Versuchsergebnisse eine zunehmende Streuung haben. Zum Beispiel die in Fig. 3 angegebenen zwei Messungen bei 20,1 mm Teilung sind in einigen Minuten nacheinander gefolgt.

Aus der Fig. 3 läßt sich feststellen, daß der Widerstandsbeiwert eines Ponceletprofils ganz ähnlich mit der Reynoldsschen Zahl sich ändert, wie bei dem Sägeprofil der Frommschen Messungen und ebenso sehr abhängig von der Größe bzw. Teilung (t) des Profils ist.

Diese eigenen und die ganz ähnlich angegebenen Frommschen Ergebnisse habe ich benützt, um möglichst gut begründete Formeln abzuleiten, welche dann über einer großen Anzahl der verschiedensten Ergebnisse einen besseren Überblick geben sollten.

C. Die Aufarbeitung der Frommschen und eigenen Messungen.

Der Widerstandsbeiwert (ψ) eines Rohres ändert sich mit vier unabhängigen Variablen, und zwar mit der Reynoldsschen Zahl, mit der Größe (t) und mit der Form des Rauhigkeitselementes, aus welchem die Rohrwand besteht, und ändert sich auch mit dem Rohrdurchmesser (d), bzw. mit dem Wandabstand. Bei einer so großen Anzahl der Variabeln wird es natürlich lange dauern, bis das Gesamtgebiet experimentell ganz durchforscht ist. Um diese Lücken der Experimente zu überbrücken und die Anzahl der Veränderlichen zu vermindern, muß ich gewisse Annahmen machen, welche möglichst einfach, aber doch vernünftig sein sollen.

Von den Versuchsserien wählen wir erst diejenige aus, bei welcher die geometrische Ähnlichkeit vollkommen ist (t/d und die Form des Rauhigkeitselements gleich bleibt) und behaupten, daß hier der Widerstandsbeiwert nur von der Geschwindigkeit bzw. von der Reynoldsschen Zahl abhängig ist.

Bei den andern Versuchen werden wir einen gewissen Wandabstand nehmen, und zwar zahlenmäßig den $^3/_7$ Teil von t und die in diesem Wandabstande beherrschende Geschwindigkeit v_t für die Erscheinungen als maßgebend betrachten. Wenn wir nun auf diese v_t-Geschwindigkeit den Widerstandsbeiwert beziehen, so ist:

$$\varepsilon = \psi \left(\frac{v_t}{v_{\text{mitt.}}} \right)^2. \qquad (3)$$

Nun ist dies ε nach meinen bisherigen Rechnungen von der Form des Rauhigkeitselementes und von v_t abhängig, scheint aber von t und d unabhängig zu sein. Auf diese Weise bildet sich wahrscheinlich eine Reynoldssche Zahl; nachdem aber das vorliegende Material bei weitem nicht ausreicht, die Abhängigkeit zwischen ε und den verschiedenen Variabeln festzustellen, habe ich mich bloß darauf beschränkt, Umrechnungsformeln aufzustellen, die nur benützt werden können, wenn die Form des Rauhigkeitselementes und v_t, damit also selbst ε unverändert bleibt. Damit war es jedoch möglich geworden, das vorliegende Versuchsmaterial — bei welchem

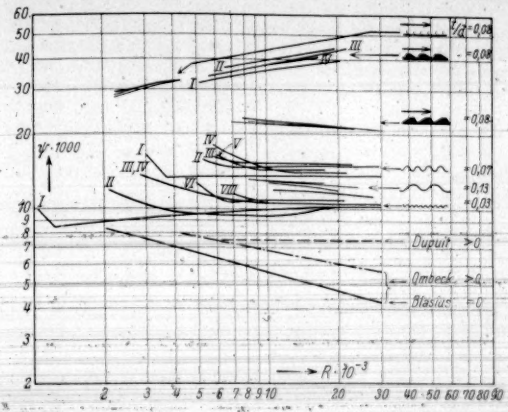


Fig. 4.

ja alle vier oben erwähnten Variabeln sich geändert haben — auf gleiche t und d umzurechnen und damit die Versuchsergebnisse doch übersichtlicher zu machen.

Wenn wir nämlich solche Versuchsreihen haben, wie die Frommsche und die eigene, wo die geometrische Ähnlichkeit nicht vollkommen ist $\left(\frac{t}{d} \neq \text{const.}\right)$, aber die Form des Rauhigkeitselementes unverändert bleibt, dann können wir aus einem Widerstandsbeiwert (ψ_1) einen andern (ψ_2) berechnen, wenn der Wert ε gleich groß bleibt, also nach obigen, wenn v_t den gleichen Wert hat. Natürlich wird die Geschwindigkeitsverteilung der zwei Strömungen verschieden sein, und zwar sind die Verteilungsgesetze[1]) im Innern der Flüssigkeit:

$$\frac{v_t}{v_{\max}} = 1 - 2{,}1\sqrt[3]{\psi}\left(1 - \frac{t}{d}\right)^2 \qquad (4)$$

und bei mäßiger Rauhigkeit in der Wandnähe

$$\frac{v_t}{v_{\max}} = \left(\frac{t}{d}\right)^{0{,}1 + 1600\,\psi^2} \qquad (5)$$

Wenn wir nun von der Änderung des Wertes $\frac{v_{\text{mitt.}}}{v_{\max}}$ Abstand nehmen, dann ergibt sich zur Berechnung bei verschiedenen $\frac{t}{d}$:

$$\sqrt{\frac{\psi_1}{\psi_2}} = \frac{1 - 2{,}1\sqrt[3]{\psi_1}\left(1 - \frac{t_1}{d_1}\right)^2}{1 - 2{,}1\sqrt[3]{\psi_2}\left(1 - \frac{t_2}{d_2}\right)^2}. \qquad (6)$$

1) Die Formeln (4) und (5) sind in meinem anderen Artikel über „Geschwindigkeitsverteilung usw." abgeleitet, siehe dort die Gleichungen (12) und (14) (diese Zeitschr. **30**, 543 u. 545. 1929).

beziehungsweise:

$$\frac{\psi_1}{\psi_2} = \left(\frac{t_1 d_2}{t_2 d_1}\right)^{2\,(0{,}1 + 1600\,\psi^2)} \qquad (7)$$

Dabei ändert sich auch die Reynoldssche Zahl, und zwar nach Gleichung (3) finden wir:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{v_{\text{mitt.}\,1} \cdot d_1}{v_{\text{mitt.}\,2} \cdot d_2} = \frac{d_1}{d_2}\sqrt{\frac{\psi_2}{\psi_1}}. \qquad (8)$$

Versuchen wir diese Formeln erst für glatte Rohre anzuwenden. Bei diesen ist nämlich ($t_1 = t_2$) und damit:

$$\frac{\psi_1}{\psi_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-2\,(0{,}1 + 1600\,\psi^2)} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-2n}. \qquad (9)$$

Um aber auch das zu erreichen, daß bei verschiedenen Rohrdurchmessern $\psi = f(R)$ doch eine eindeutige Funktion bleibe, muß

$$\frac{\psi_1}{\psi_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{-2n} = \left(\frac{\psi_1}{\psi_2}\right)^{-n}, \qquad (10)$$

sein, also es wird sein:

$$\psi = \psi_0 R^{-\frac{2n}{1+n}}. \qquad (10)$$

Die Ableitung dieser Formel aus der Geschwindigkeitsverteilung ist mehrfach geschehen (siehe besonders die Arbeiten Prandtl und v. Kármán), diesmal mit Hilfe der Funktion $\varepsilon = f(v_t)$ statt eines Ansatzes zwischen Schwerkraft und Geschwindigkeit.

Mit obigen Reduktionsformeln habe ich nun die Frommschen und eigene Messungen auf gewisse (in Fig. 4 angegebene) t/d-Werte und auf gleichen ($d = 22{,}5$ mm) Wandabstand umgerechnet und in Fig. 4 aufgetragen. Wir sehen aus dieser Figur, daß die Widerstandsbeiwerte ($\psi = f(R)$) bei größeren Reynoldsschen Zahlen

fächerartig auseinander laufen, wie das schon Ombeck angibt. Sein Ansatz[1]):

$$\psi = \psi_0 \left(\frac{v\,d}{\nu}\right)^m = \psi_0 R^m \qquad (11)$$

scheint eine sehr allgemeine Gültigkeit zu haben, wenn man nur auf denselben t/d-Wert umgerechnete Widerstandsbeiwerte zusammennimmt. Ebenso scheint, daß es eine Reynoldssche Zahl gibt (mit roher Annäherung $R_0 = 400$)[2]), wo die Kanäle auch bei verschiedenster Rauhigkeit den gleichen Widerstand haben. Der Exponent m ändert sich allerdings in weiteren Grenzen, wie bei Ombeck, nämlich von $-1/4$ (glatte Rohre) bis $+1/4$ (Ponceletprofil).

Interessant ist noch das Verhalten der Widerstandsbeiwerte bei kleineren Reynoldsschen Zahlen. Es wurde erst bei glatten Rohren beobachtet, daß zwischen laminären und turbulenten Strömungen ein Übergangsgebiet ist, in welchem der Widerstand einen sehr unsicheren Verlauf zeigt. Schiller hat sehr eingehend dieses Gebiet untersucht[3]) und gezeigt, daß mit Verkürzung der Anlaufstrecke dieses Übergangsgebiet immer mehr verwischt und länger wird. Bei den Frommschen Versuchen scheint dieselbe Erscheinung zur Geltung zu kommen, nachdem hier bei den verschiedenen Versuchsreihen mit gleichbleibender Anlauflänge (l_0) mit Vergrößerung des Wandabstandes (d), die für die Erscheinungen maßgebende relative Anlauflänge (l_0/d) immer kürzer geworden ist. Zahlenmäßig war die relative Anlauflänge bei kleinstem Wandabstande ($d_I = 8{,}5$ mm) $113\,\frac{d_I}{2}$ und ist bei dem größten Wandabstande auf das Viertel des ursprünglichen (I) Wertes gesunken. Aus der Fig. 4 können wir feststellen, daß bei kleinstem Wandabstand (mit I gezeichnet) kein Übergangsgebiet war, bei größeren Wandabständen dagegen (bei II, III usw.) wird das Übergangsgebiet immer größer.

D. Zusammenfassung.

1. Die Untersuchung zeigt, daß, wenn wir die verschiedenen Meßergebnisse auf gleichen Durchmesser umrechnen, besonders bei höheren Reynoldsschen Zahlen ein einheitliches System der Widerstandsbeiwerte, auch bei größter Verschiedenheit der Rauhigkeit sich ergibt.

2. Den größten Einfluß auf den Widerstandsbeiwert hat die Rauhigkeit und die Geschwindigkeit in einem gewissen Wandabstande, welcher das Mehrfache der Größe der Wandunebenheiten ist.

3. Der Widerstandsbeiwert scheint mit der Reynoldsschen Zahl nach der Ombeckschen Formel sich zu ändern.

Göttingen, Juli 1929.

(Eingegangen 28. Juli 1929.)

1) Verein Deutscher Ingenieure, Forschungsheft 158.

2) Es ist vielleicht kein Zufall, daß diese Reynoldssche Zahl in der Nähe des Übergangsgebietes fällt.

3) Verein Deutscher Ingenieure, Forschungsheft 248.

Die Geschwindigkeitsverteilung bei geradlinigen turbulenten Strömungen.

Von M. F. Treer (Budapest).

Das Problem, welches ich diesmal betrachte, ist Jahrhunderte alt; und wenn es noch immer nicht gelöst ist, zeigt das die ungeheure Verwickeltheit der turbulenten Flüssigkeitsströmungen. Die diesbezüglichen Untersuchungen[1]) gingen natürlich in der Richtung, immer weiter in Details zu dringen, sie wurden aber dabei in solchem Maße verwickelt, daß oft die Lösung der Probleme eine Weiterentwicklung der Mathematik abwarten muß. Im Lichte dieser vorläufigen Arbeiten werden meine Annäherungen zu roh erscheinen und manche Behauptungen fremd klingen, die unerwartete Einfachheit der Lösungen veranlaßt mich aber, die zunächst nur als Interpolation eingeführten Ansätze doch in ein einheitliches Gedankensystem zusammenbringen.

Die bisherigen Arbeiten nehmen fast alle die Randbedingungen an (die Flüssigkeit haftet an der Wand) und suchen die Differentialgleichungen der Flüssigkeitsströmungen und dann die Lösungen dieser Gleichungen. Die vorliegende hält dagegen die Navier-Stokesschen Gleichungen fest — indem allerdings ein erhöhter Reibungskoeffizient eingeführt wird — und sucht geeignete Randbedingungen. Es entsteht dann an der Wand ein Geschwindigkeitssprung, welcher von vornherein in der Wandnähe die Gültigkeit der Lösungen ausschließt; das dadurch entstehende Gebiet macht aber nicht mehr aus, als den zehnten bis fünften Teil des Ganzen.

Die Betrachtungen haben gewisse formelle Ähnlichkeit mit Interpolationsformeln von Ba-

1) Diesbezügliche Betrachtungen und zuhörige Literatur befindet sich gut zusammen im Handbuche: Geiger u. Scheel, Handb. d. Physik, Band VII, Kap. 2.

zin[1]), mit Untersuchungen Gümbels[2]), schließen sich abergang an Arbeiten von J. J. Boussinesq[3]) und besonders an eine von T. E. Stanton[4]). Wenn wir nämlich die Navier-Stokesschen Gleichungen aufschreiben:

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial y}$$
$$=-\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \quad (1)$$

dann ist es möglich, für ν einen beliebig großen, aber im Innern der Strömung unverändert bleibenden Ansatz einzuführen, und zwar nach Stanton:

$$\nu = k \cdot v_c \cdot r_c, \quad (2)$$

wobei v_c die Geschwindigkeit in einem festen, im übrigen aber willkürlich gewählten Punkte und r_c eine passend gewählte Länge ist. In unseren Rechnungen werden wir immer für v_c die maximale Geschwindigkeit, und für r_c den Wandabstand der maximalen Geschwindigkeit wählen.

Wir sehen schon, daß die Verhältniszahlen der Geschwindigkeit und Länge eine Rolle spielen müssen, deshalb führen wir in den Navier-Stokesschen Gleichungen dimensionslose Größen ein nach den Festsetzungen:

$$u = v_c u_1, v = v_c v_1, w = v_c w_1; x = r_c x_1,$$
$$y = r_c y_1, z = r_c z_1; p = \frac{\varrho}{2} v_c^2 \cdot p_1 \quad (3)$$

und erhalten:

$$u_1\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+v_1\frac{\partial u_1}{\partial y_1}+w_1\frac{\partial u_1}{\partial z_1}$$
$$=-2\frac{\partial p_1}{\partial x_1}+k\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u_1}{\partial y_1^2}+\frac{\partial^2 u_1}{\partial z_1^2}\right). \quad (4)$$

Also bei geometrisch ähnlichen Wänden wird nur dann auch die Strömung geometrisch ähnlich verlaufen, wenn der einzige empirische Wert k auch derselbe ist. Bei laminaren Strömungen ist das identisch mit Forderung der gleichen Reynoldsschen Zahl, denn es ist:

$$R = \frac{v_c \cdot r_c}{\nu} = \frac{1}{k}. \quad (5)$$

Bei turbulenten Strömungen dagegen wird die Reynoldsschen Zahl nur in mittelbarer Weise eine Rolle spielen, nachdem k selbst von der Reynoldsschen Zahl abhängig sein kann. Es kommt aber sehr oft vor, daß k unabhängig von der Geschwindigkeit ist, wie in den folgenden zwei Kapiteln bei mittlerer Rauhigkeit, dann ist auch die Flüssigkeitsströmung unabhängig von der Reynoldsschen Zahl. Nun habe ich für k in meinen Rechnungen einen merkwürdigen Ansatz gefunden, daß k hauptsächlich von der spezifischen Seherkraft (ψ), abhängig ist, nämlich:

$$k = 0{,}31\,\psi^{0{,}6} \cdot \frac{r_c}{r_1}, \quad (6)$$

wobei r_1, der hydraulische Radius (also Strömungsquerschnitt durch benetzten Umfang) und ψ zahlenmäßig gleich mit dem Widerstandsbeiwerte eines geraden Rohres ist, welcher beziehend auf diesen Radius und auf die größte Geschwindigkeit sich ergibt.

Nachdem in der Wandnähe die obigen Ansätze schon nicht richtig sind, habe ich, zur Beurteilung der Vorgänge auch den Prandtlschen Ansatz beigezogen:

$$\tau = \varrho \cdot l^2 \left(\frac{dv}{dy}\right)^2 \quad (7)$$

oder dimensionslos geschrieben:

$$\tau_1 = \frac{\tau}{\frac{\varrho}{2} \cdot v_c^2} = 2 l_1^2 \left(\frac{dv_1}{dy_1}\right)^2. \quad (8)$$

Nun sind im folgenden zwei Gruppen der geradlinigen Flüssigkeitsströmungen durchgerechnet, und zwar die Geschwindigkeitsverteilung in geraden Rohren, und dieselbe in der Nähe von Platten, die längs einer Flüssigkeitsströmung eingetaucht sind. Wir werden dabei sehen, wie mit Hilfe der obigen Gleichungen die Strömungen im Flüssigkeitsinnern zu beschreiben sind.

A. Die Geschwindigkeitsverteilung in geraden Rohren.

In diesem Falle sind die dimensionslosen Navier-Stokesschen Gleichungen:

$$0 = -2\frac{dp_1}{dx_1}+k\left(\frac{dv_1^2}{dy_1^2}\right) = 2\psi\frac{r}{r_c}+k\frac{d^2 v_1}{dy_1^2}, \quad (9)$$

wobei ψ der Widerstandsbeiwert ist, auf den hydraulischen Radius (r) und die maximale Geschwindigkeit ($v_c = v_{max}$) bezogen. Die Geschwindigkeit (v_1) in dem Rohre aus (9) wird:

$$v_1 = -\frac{\psi}{k}\cdot\frac{r}{r_c}(y_1^2 + c), \quad (10)$$

wobei die Konstante c:

$$c = -\frac{k}{\psi}\cdot\frac{r}{r_c}. \quad (11)$$

Damit ist die Geschwindigkeitsverteilung:

$$v_1 = 1 - \frac{\psi}{k}\frac{r}{r_c}y_1^2 = 1 - a y_1^2. \quad (12)$$

1) H. Bazin, Mém. prés. à l'ac. des sciences, Bd. 19, Jahrg. 1865.

2) Jahrbuch d. Schiffbautechn. Gesellschaft 1913, S. 393.

3) J. J. Boussinesq, Eaux courantes.

4) T. E. Stanton, Proceedings of the Royal Society, London, Serie A. Vol. 85, page 366.

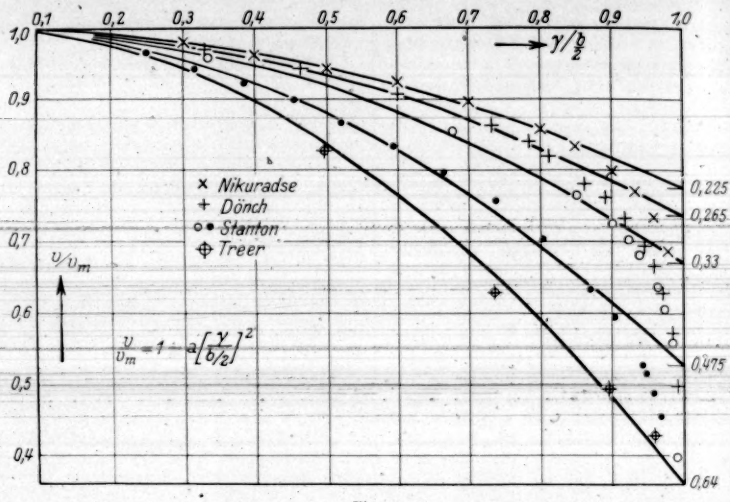


Fig. 1.

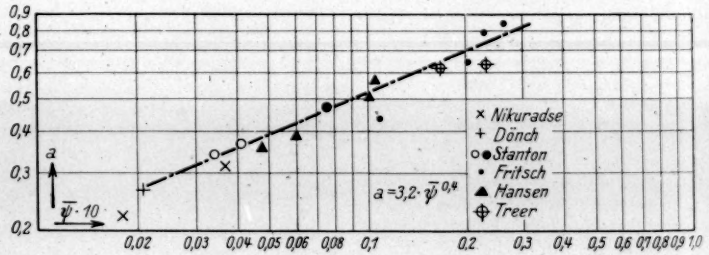


Fig. 2.

D. h., daß die Geschwindigkeitsverteilung eine Parabel ist ebenso, wie bei laminaren Strömungen, nur die Geschwindigkeit an der Wand ($v_1 = 1$) hat einen endlichen von der Wandrauhigkeit abhängigen Wert.

Nun habe ich eine große Reihe ausgemessener Geschwindigkeitsverteilungen nachgerechnet und von ihnen in Fig. 1 die fünf wichtigsten aufgetragen, und zwar die folgenden: 1. Die neuesten Messungen von Nikuradse für eine Reynoldssche Zahl 2×10^6, 2. Die Dönchschen Messungen bei mittleren Reynoldsschen Zahlen ($R \simeq 200{,}000$), 3. Zwei Messungen von Stanton für glatte Rohre ($R \simeq 70{,}000$), bzw. mit Gasgewinde künstlich rauhgemachtem Rohre. 4. Schließlich eine Reihe von eigenen Messungen[1]) bei sehr hohem Widerstandsbeiwert (mit Ponceletprofil 20 mm Teilung). Wir sehen aus der Fig. 1, daß die für die einzelnen Meßserien eingezogenen Parabeln abgesehen von der Wandnähe weniger als ein Prozent von den Versuchswerten abweichen. Mit der Gleichung (12) können wir also die Geschwindigkeitsverteilung auch bei extremer Verschiedenheit der Rauhigkeit angeben bis zu einem gewissen Abstand von der Wand, welcher $^1/_{10}$ bis $^1/_{20}$ des Rohrdurchmessers ausmacht.

Bei Berechnung der Geschwindigkeitsverteilung müssen wir aber noch die Grenzgeschwindig-

1) Näheres über diese Messungen sind in meinem vorangehenden Artikel über „Widerstandsbeiwert usw." zu finden (diese Zeitschr. **30**, 539, 1929).

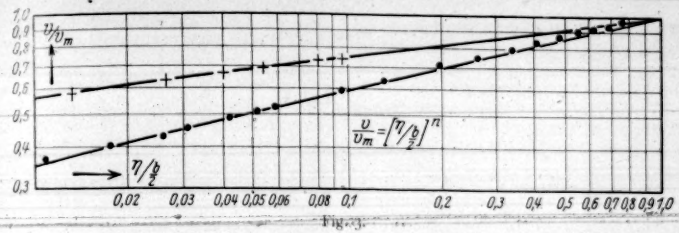


Fig. 3.

keit ($v_x = 1 - a$) kennen, deshalb habe ich sämtliche von mir ausgerechneten (a) Werte in Fig. 2 logarithmisch aufgetragen und die Gerade $a = 3{,}2\ \psi^{0{,}4}$ eingezogen. Es ist zu sehen, daß die Grenzgeschwindigkeit nur von dem Widerstandsbeiwert bzw. spezifischer Schwerkraft abhängig ist und deshalb werden wir weiter $a = 3{,}2\ \psi^{0{,}4}$ nehmen.

An dieser Stelle der Untersuchungen wird es nicht ohne Interesse sein nachzurechnen, wie sich der Geschwindigkeitsunterschied $v_{max} - v$ in Abhängigkeit von dem Spannungsabfall $\frac{dp}{dx} = \psi \frac{\varrho}{2r} \cdot v_{max}^2$ gestaltet.

$$v_{max} - v = 3{,}2\,\psi^{0{,}4} \cdot v_{max} \cdot y_1^2, \qquad (13)$$

das heißt, daß bei demselben Rohre bei gleichem Spannungsabfall die Profile der Geschwindigkeitsverteilung auch bei größter Verschiedenheit der Wandrauhigkeit ähnlich sind. Diese Erkenntnis hat schon Fritsch in Aachen angebahnt[1]).

Nun bleibt fraglich, wie die Geschwindigkeitsverteilung in der Wandnähe sich gestaltet, wo

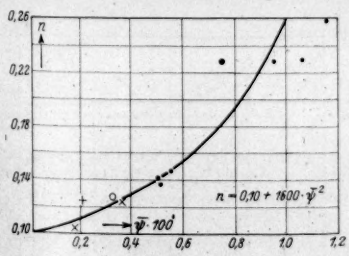


Fig. 4.

die Gleichung (12) ihre Gültigkeit verliert. Um in dieser Grenzschicht wenigstens eine Interpolationsformel anzugeben, habe ich viele Ansätze durchgerechnet außer den wohl bekannten: Ellipse, verschiedene Parabeln, logarithmische Kurven usw., aber keinen allgemein gültig gefunden. Deshalb habe ich die Geschwindigkeitsprofile auf logarithmisches Papier aufgetragen (wie in Fig. 3, wo aber nur die zwei wichtigsten von Dönch und Stanton eingezeichnet sind) und daraus eine rein empirische Formel abgeleitet:

$$v_1 = (1 - y_1)^{0{,}1\,+\,1600\,\psi^2}. \qquad (14)$$

Das ist nichts anderes wie das wohl bekannte Prandtl-Kármánsche Gesetz, nur der Expo-

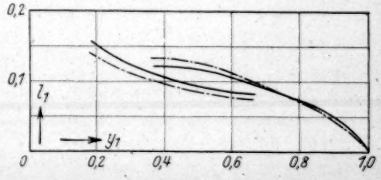


Fig. 5.

nent ist hier von der Wandrauhigkeit abhängig. In Fig. 4 habe ich aufgetragen den oben angegebenen Exponenten (n) in Abhängigkeit von (ψ) und angedeutet die verschiedenen gerechneten Werte, und zwar die zwei aus Fig. 3 und andere aus Messungen von Nikuradse (x) und Fritsch (·). Die große Streuung, besonders bei größerer Rauhigkeit, weist auf die Notwendigkeit weiterer derartiger Versuche hin.

Mit Hilfe der gewonnenen Beziehungen wollen wir nun die relative Mischlänge (l_1) ausrechnen. Diese folgt aus der Gleichung (8):

$$\tau_1 = 2\,l_1^2 \left(\frac{dv_1}{dy_1}\right)^2 = \bar{\psi} \cdot y_1. \qquad (15)$$

Berechnet man aber den Differentialquotienten von v_1 nach den Gleichungen (12) und (14), so ergibt sich die Mischlänge:

$$l_1 = \sqrt{\frac{\bar{\psi} \cdot y_1}{8a^2 \cdot y_1^2}} = 0{,}106\,\frac{\sqrt{\bar{\psi}}}{\sqrt{y_1}} \qquad (16)$$

beziehungsweise:

$$l_1 = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{\bar{\psi}}{2}}\,(1 - y_1)^{1-n}\sqrt{y_1}. \qquad (17)$$

1) Zeitschr. für angew. Math. u. Mech., Jahrg. 1928, S. 214, Abb. 24.

Von diesen beiden Formeln ist (16) im Flüssigkeitsinnern gültig, (17) dagegen in der Wandnähe; in der Rohrmitte sind die Messungsergebnisse unsicher. Dementsprechend habe ich in Fig. 5 die aus den beiden Formeln berechneten Werte aufgetragen, voll ausgezogen die zu $\overline{\psi} = \frac{1}{100}$ (Fritsch Rauh I entsprechend) und strichpunktiert die zu $\overline{\psi} = \frac{1}{300}$ (glatte Rohre) gehörigen Werte. Die relative Mischlänge vermindert sich mit Annäherung an die Wand, um dort Null zu werden. Bei Steigerung der Wandrauhigkeit ist die Änderung sehr klein. Im Rohrinnern finden wir eine allmähliche kleine Vergrößerung der relativen Mischlänge mit der zehnten Wurzel von ψ. In der Wandnähe dagegen verändert sich nur der Verlauf der $l_1 = f(y_1)$, indem die zwei Kurven sich kreuzen, wie es auch Dönch[1]) beobachtet hat

B. Längs einer Strömung eingetauchte Platte.

Für die Berechnung der Strömung in der Nähe solcher Platten hat Blasius die Navier-Stokes-

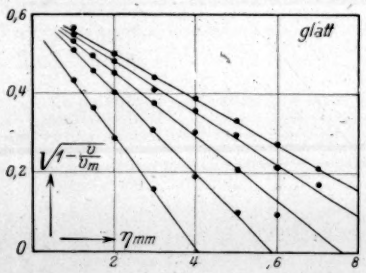


Fig. 6.

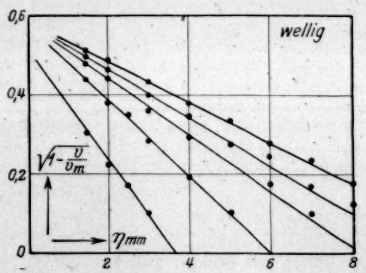


Fig. 7.

sche Gleichung folgendermaßen umgestaltet:

$$\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\right)\frac{\partial^2\psi}{\partial x \cdot \partial y} = \frac{\nu}{\varrho}\frac{\partial^3\psi}{\partial y^3} \qquad (18)$$

1) Verein Deutscher Ingenieure, Forschungsheft 282, Abb. 28.

dann mit Einführen anderer Veränderlichen:

$$\xi = \sqrt{\frac{v_m l}{\nu}} \cdot \frac{y}{\sqrt{x}} \qquad (19)$$

und

$$\psi = \sqrt{\frac{\varrho}{\nu \cdot v_m}} \cdot \sqrt{x} \cdot \xi \qquad (20)$$

auf die Differentialgleichung:

$$\zeta \cdot \zeta'' = \zeta''' \qquad (21)$$

zurückgeführt und gelöst.

In unserem Falle haben wir nun dieselbe Differentialgleichung, nur die Randbedingungen sind andere und deshalb die $\zeta = f(\xi)$ Funktion viel verwickelter, weil außer den Flüssigkeitseigenschaften auch die Grenzgeschwindigkeit an der Wand eine Rolle spielt.

Wenn aber auch in diesem Falle die Geschwindigkeitsverteilung ähnlichen Gesetzen folgen soll wie bei laminaren Strömungen, so wird das beinahe eine Parabel sein, durch die man ja die Blasius-

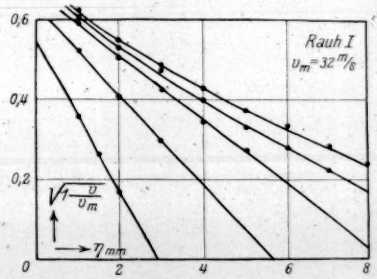


Fig. 8.

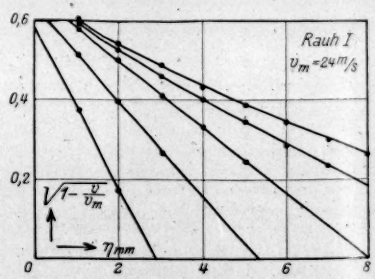


Fig. 9.

sche Geschwindigkeitsprofile recht gut annähern kann:

$$\sqrt{1-\frac{v}{v_{max}}} = f(y) \cong \sqrt{a}\left(1-\frac{y}{\delta}\right) \qquad (22)$$

die linke Seite der Gleichung wird also angenähert eine Gerade sein, wenn unsere Ansätze anwendbar sind.

Um nun die Richtigkeit der Gleichung (22) zu prüfen, habe ich alle mir zugänglichen systematischen Versuchsreihen durchgerechnet und die wichtigsten in Fig. 6—16 zusammengestellt. Zu diesen Rechnungen geeignete Versuchsreihen habe ich drei gefunden: die Hansensche[1]) (Fig. 6—12), wo glücklicherweise für die untersuchten Platten auch der Widerstandsbeiwert im Gerinne festgestellt wurde, dann die Versuche von v. d. H. Zijnen[2]) (Fig. 13—15) und eine Reihe von Riabouchinsky[3]) (Fig. 16). Die letzte muß man mit gewisser Vorsicht behandeln, nachdem hier — umgekehrt wie bei den anderen — die Wandbegrenzung in Bewegung gesetzt wurde. Die Versuchseinrichtung bestand nämlich aus einem 1,5 m breiten Gummiriemen, welcher als unendliches Band auf zwei Trommeln mit 12 m Wellenabstand gespannt war. Wenn so ein Getriebe mit 16 m/sec Umfangsgeschwindigkeit in Bewegung gesetzt wird, sind Wanderschütterungen recht möglich, eine Durchwirbelung des ganzen Raumes kann vorkommen.

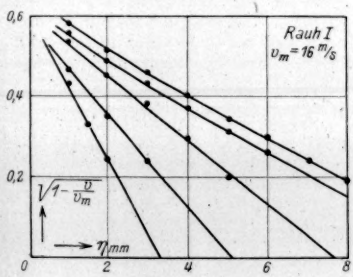


Fig. 10.

und ähnliche Erscheinungen können sehr leicht Einfluß haben. Auch das Pitotrohr war bei diesen Messungen abnormal gestaltet. Doch die Messungen sind sehr sorgfältig ausgeführt (z. B. die Zweidimensionalität der Strömung nachgeprüft) und gehen in einem so großen Maßstabe, daß ich sie doch in Rechnung gezogen habe.

Nun sind also in Fig. 6—16 die oben erwähnten $\sqrt{1-\frac{v}{v_{max}}}$ Werte aufgetragen in Abhängigkeit von dem Wandabstande (y). Es ist zu sehen, daß die Meßpunkte bei den meisten Profilen auf Geraden liegen. Zu gewissen Ausnahmen gehören die rückwärts liegenden ($x = 40{,}50$ cm) Meßquerschnitte bei Rauh I Platte, die Ausbuchtungen bei (B) in Fig. 13 und 14 und eine entgegengesetzte bei (C) in Fig. 15 und 16. Diese Erscheinungen zeigen aber keine Regelmäßigkeit. Die Geschwindigkeitsverteilung quer zu einer Platte ist also eine Parabel, nur in der unmittelbaren Nachbarschaft der Wand zeigt sie einen Verlauf wie es auch in der Wandnähe der Rohre (Fig. 1) ganz ähnlich zu beobachten ist.

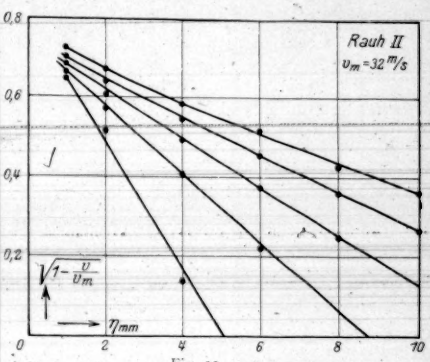


Fig. 11.

Wenn wir in Fig. 6—16 auf $f(y)$ je eine Gerade legen, dann bekommen wir zwei Schnittpunkte auf der Koordinatenachse, die Grenzgeschwindigkeit an der Wand und die Grenzschichtdicke in

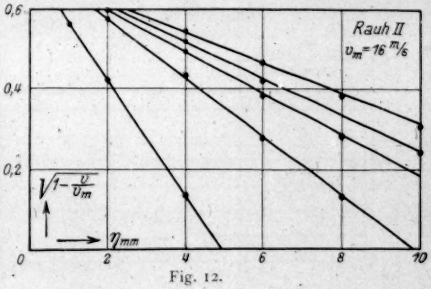


Fig. 12.

der Strömung. Diese Größen wollen wir näher untersuchen.

Von der Grenzgeschwindigkeit sehen wir, daß ihre Änderung längs der Strömung unsystematisch ist, so daß ich die Grenzgeschwindigkeit

1) Zeitschr. f. angew. Mathem. u. Mech., Jahrg. 1928, S. 185.

2) Mededeeling No. 10 Labor. voor Aerodyn. en Hydrodyn. d. T. H. Delft.

3) Bulletin de l'Institut Aerodynamique de Koutchino. Fascicule 5, Pag. 51.

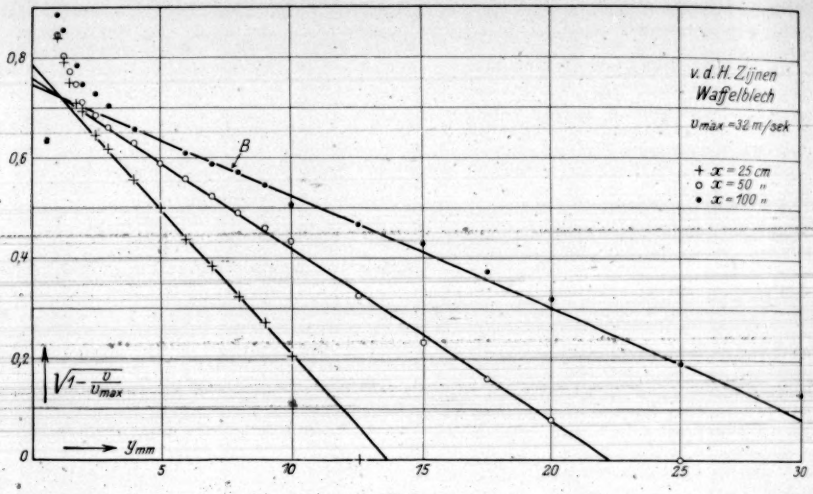


Fig. 13.

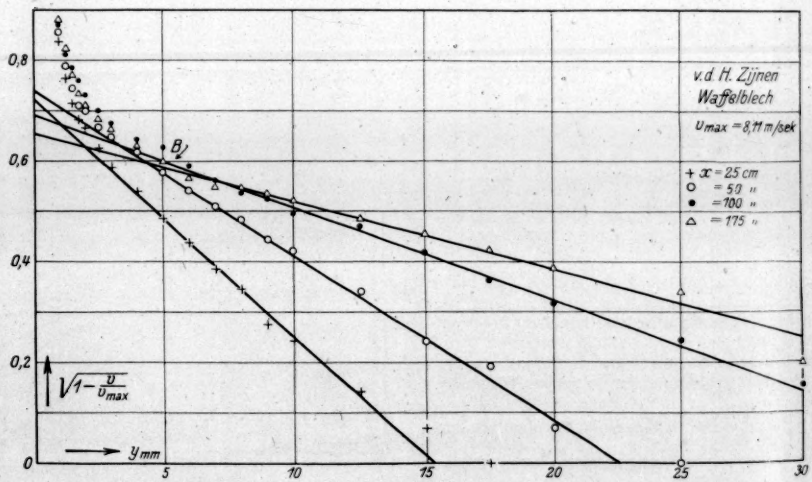


Fig. 14.

(natürlich nur innerhalb der vorliegenden Versuchsgrenzen) von der Strömungstiefe bzw. Plattenlänge unabhängig nehme. Damit bekam ich aus Fig. 6—12 vier Werte für die Grenzgeschwindigkeit, welche ich in Fig. 2 (mit Δ angedeutet) zu denjenigen Widerstandsbeiwerten aufgetragen habe, die bei der Messung der Rohrwiderstandes des betreffenden Rauhigkeitsele-

mentes gewonnen sind. Die so aufgetragenen vier Punkte liegen sehr gut an dieser Geraden $a = 3{,}2\ y^{0{,}4})$, welche wir oben bei Rohren und

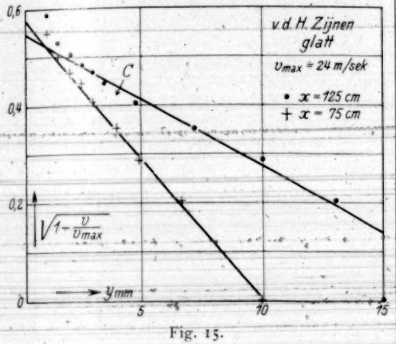


Fig. 15.

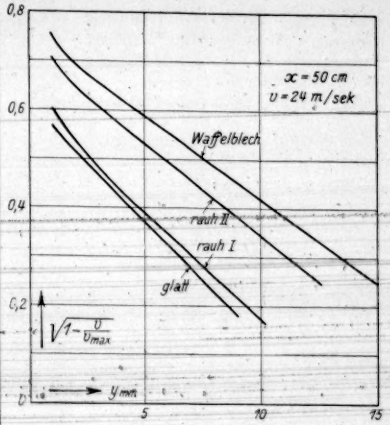


Fig. 17.

Kanälen ermittelt haben. Das weist auf die überraschende Erscheinung hin, daß die Grenzgeschwindigkeit eines Rauhigkeitselementes für die beiden Strömungen den gleichen Wert hat. Mit anderen Wörtern ausgedrückt: Die sämtlichen Geschwindigkeitsprofile in der Anlaufstrecke können auf die gleiche Grenzschichtdicke umgerechnet mit dem halben Geschwindigkeitsprofile des Rohres nach der Anlaufstrecke in Deckung gebracht werden.

Wie gestaltet sich nun der andere Grenzwert, die Grenzschichtdicke? Zum Überblick habe ich die zu 50 cm Tiefe und 24 m/sec. Geschwindigkeit gehörigen Verteilungskurven aus den Fig. 6, 9, 11 und 13 in Fig. 17 zusammengezeichnet, um zu zeigen, daß die Geschwindigkeitsverteilung auch bei ganz verschiedener Rauhigkeit einen ähnlichen Verlauf hat, und ein einheitliches System bildet, ganz so, wie wir es bei Rohren in Fig. 1 gefunden haben. Nachdem das auf eine einheitliche Änderung der Grenzschichtdicke deuten kann, habe ich nun diese aus Fig. 6—14 ermittelt und in Fig. 18 aufgetragen. Die logarithmisch aufgetragenen Werte können in Abhängigkeit von der

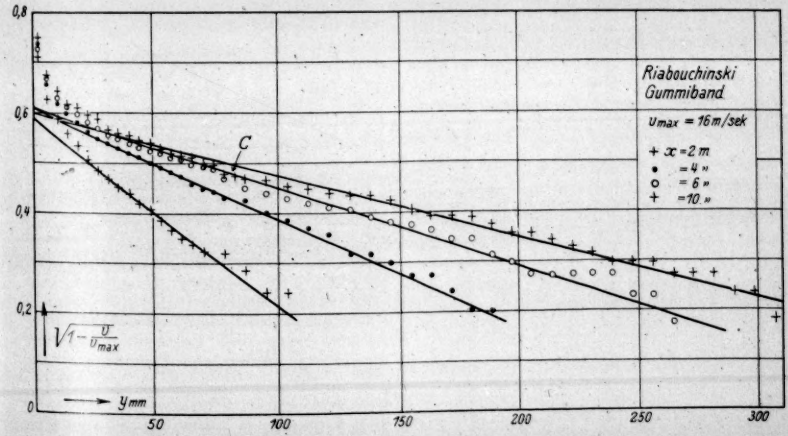


Fig. 16.

Plattenlänge (x) meistens gut durch Potenzkurven angenähert werden, und zwar:

Glatt und wellig (Hansen)	$\delta_{mm.} =$	$17{,}5\ x_{m.}^{0{,}66}$
Rauh I	„	$= 23{,}5\ x^{0{,}91}$
Rauh II	„	$= 33\ x^{0{,}81}$
Waffelblech (v. d. H. Zijnen)		$= 33{,}5\ x^{0{,}63}$

Man kann also behaupten, daß die Grenzschichtdicke mit der Plattenlänge etwas weniger zunimmt, als proportional, und bei gleicher Plattenlänge je rauher die Platte ist, desto größer die Grenzschichtdicke. Zahlenmäßig weisen aber die verschiedenen Profile sehr große Verschiedenheit auf, was auf die Notwendigkeit weiterer systematischer Versuche hinweist. Die obigen Formeln habe ich deshalb nur als Interpolation benützt und damit den spezifischen Widerstand der

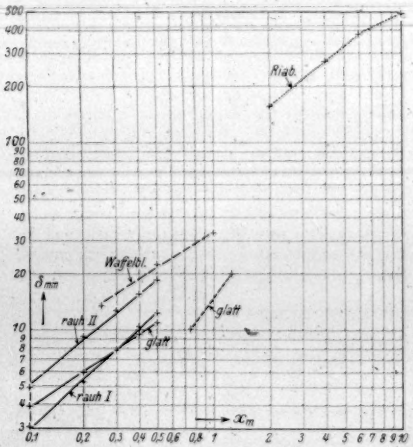


Fig. 18.

Platten ausgerechnet. Die Schubkraft (τ) an einem Längenelement (dx) ist nämlich:

$$\tau = \varrho \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} v\,(v_{max.} - v)\,dy \qquad (23)$$

und der spezifische Widerstand:

$$\overline{\psi} = \frac{\tau}{\varrho/_2 \cdot v_{max.}^2} = 2 \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} v_1\,(1 - v_1) \qquad (24)$$

setzt man v_1 aus (22) ein, so wird:

$$\overline{\psi} = -2a \frac{d\delta}{dx} \left| \left[\frac{1}{3} - \frac{a}{5} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \right] \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^3 \right|_0^{\delta}$$

$$= 2a \left(\frac{1}{3} - \frac{a}{5} \right) \frac{d\delta}{dx} \qquad (25)$$

Diesen Wert in Abhängigkeit von der Plattenlänge (x) habe ich in Fig. 19 aufgetragen, und

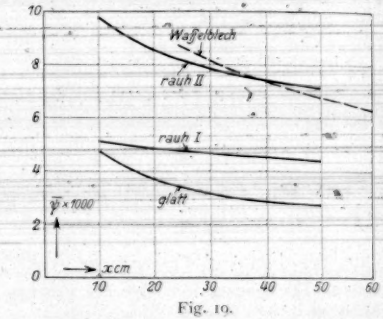


Fig. 19.

wir sehen, daß er langsam mit der Plattenlänge sich vermindert und die gleiche Größenordnung hat, wie der Widerstandsbeiwert in Kanälen.

Ähnlich wie im vorigen Abschnitte habe ich auch hier die relative Mischlänge berechnet. Aus den Gleichungen (8) und (24):

$$\tau_{l_1} = 2 l_1^2 \left(\frac{d v_1}{d y_1} \right)^2 = \overline{\psi} \qquad (26)$$

damit bekommen wir für eine gewisse Wandnähe den Grenzwert:

$$l_1 = \sqrt{\frac{\overline{\psi}}{8a^2}} \qquad (27)$$

Die Zahlenwerte habe ich in Fig. 20 aufgetragen. Die Größe von l_1 ist ähnlich wie bei

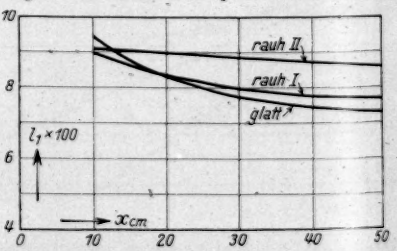


Fig. 20.

geraden Rohren in der Wandnähe und bleibt innerhalb der Versuchsgrenzen längs der Platte

ziemlich unverändert. Auch die Rauhigkeit scheint sehr kleinen Einfluß auf die Mischlänge zu haben.

Ich bemerke noch, daß zu ähnlichen Untersuchungen auch das Problem der freien Strahlgrenze sehr geeignet ist. Diese Untersuchungen hat schon W. Tollmien[1]) sehr schön durchgeführt, und zwar mit der Annahme, daß die relative Mischlänge (l_1) unverändert ist im ganzen Gebiete der Strömung. Wenn wir in einer solchen Strömung die Grenzschichtdicke so definieren, daß mit den Bezeichnungen aus dem erwähnten Artikel von Tollmien $\delta = 0{,}19 \int 2 \cdot C^2 + \eta_1$ sei, dann können wir aus der Mischlänge nach Tollmien ($l_1 = c$) die für die Gleichung (8) entsprechende berechnen:

$$\frac{l_1}{\delta} = \frac{0{,}0175}{\int 2 \cdot 1{,}17 \cdot 0{,}0845 + \int 2} = 0{,}125. \quad (28)$$

Das ist in guter Übereinstimmung mit den in Fig. 5 für das Rohrinnere angegebenen Werten.

Zusammenfassung:

1. Die Gestalt der Geschwindigkeitsprofile ist nur von der reduzierten Scherkraft $\overline{\psi} = \frac{\tau}{\varrho/2 \cdot v_{\max}^2}$ abhängig, gleichgültig wie diese sich ändert, ob durch Änderung der Rauhigkeit oder der Reynoldsschen Zahl.

2. Abgesehen von der Wandnähe ($^1/_{10}$ bis $^1/_5$ des Wandabstandes der maximalen Geschwindigkeit) ergab sich eine einfache Näherung: Darstellung durch Parabeln, die man aus den Navier-Stokesschen Gleichungen lediglich durch Ansatz eines erhöhten, aber konstanten Reibungskoeffizienten erhält. Das Gesetz für den erhöhten mechanischen Reibungskoeffizienten („Austauschgröße") ist:

$$\overline{\nu} = k \cdot v_\varepsilon \cdot r_\varepsilon,$$

wobei k proportional mit $\overline{\psi}^{0{,}6}$ geht.

3. Für die Geschwindigkeit in Wandnähe wurde das bekannte Potenzgesetz festgehalten, nur mit einem Exponent

$$n = 0{,}1 + 1600\,\overline{\psi}^2.$$

Auch an dieser Stelle möchte ich es für meine angenehme Pflicht halten, meinen verbindlichsten Dank zu äußern den Herren in Göttingen, besonders Herrn Prof. Prandtl, Nikuradse, Tollmien, Hansen u. a., die mir so vielseitig geholfen haben. In herzlicher Zusammenarbeit mit ihnen konnte ich die vorliegende Arbeit zum Abschluß bringen als einen Versuch, in einem so vielseitigen Gegenstand doch einen möglichst einfachen Überblick zu gewinnen.

1) W. Tollmien, Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. 6, 468—478, 1926; Zeitschr. Ver. D. Ing. 71, 996, 1927.

Göttingen, Juli 1929.

(Eingegangen 28. Juli 1929.)

Ein Ionisations-Spektrometer für langwellige Röntgenstrahlen.

Von H. Kulenkampff und B. Woernle.

Soweit es bei röntgenspektrometrischen Untersuchungen auf die Messung von Strahlungsintensitäten ankommt, besitzt die Methode der Ionisierungsmessung den Vorteil der größten Einfachheit und Zuverlässigkeit. Ihre Anwendung ist allerdings in der Regel auf das Spektralgebiet beschränkt geblieben, das ohne Vakuumspektrographen bequem zugänglich ist. Für längere Wellen würde es konstruktive Schwierigkeiten bereiten, wenn man etwa eine Ionisierungskammer einfach an Stelle der photographischen Platte in einen Vakuumspektrographen der üblichen Art setzen wollte. Die Dimensionen des Vakuumtopfes müßten dann außerordentlich groß werden.

Molin[1]) hat für Ionisationsmessungen im langwelligen Gebiet das Siegbahnsche „Hochvakuum-Spektrometer Modell 26" benutzt, bei dem sich in einfacher Weise eine Ionisierungskammer statt des Plattenhalters anbringen läßt. Bei diesem Modell befindet sich der Spektrometerkristall im Innern eines weiten konischen Schliffes, dessen Seitenwand in der Weise geschlitzt ist, daß das von der Röntgenröhre kommende bzw. vom Kristall reflektierte Strahlenbündel durch die Öffnungen in der Schliffwandung hindurch in ein Ansatzrohr gelangen kann, an welches sich dann die Ionisierungskammer anschließt. Diese Anordnung gestattet jedoch nur die Messung in einem beschränkten Winkelbereich.

Wir haben im Laufe des letzten Jahres ein Spektrometer für das langwellige Gebiet konstruiert und erprobt, das ein Vordringen zu möglichst langen Wellen ermöglichen sollte. Es ist nicht für Wellenlängenmessungen bestimmt, sondern lediglich für Messungen mit Hilfe der spektral zerlegten langwelligen Strahlung, im speziellen zunächst für Absorptionsmessungen. Da hierfür bestimmte Spektrallinien verschiedener Antikathoden-Materialien verwendet werden, konnte auf alle feineren Justierungseinrichtungen, Teilkreise etc. verzichtet werden.

Die Konstruktion geht von der üblichen Form des Vakuumspektrographen aus; um jedoch die erwähnte Schwierigkeit zu großer Dimensionen zu vermeiden, haben wir gewissermaßen eine Umkehrung der sonst gebräuchlichen Anordnung vorgenommen: statt die Röntgenröhre außen am Vakuumtopf, eine photographische Platte im Innern anzuordnen, haben wir hier die Röhre in das Innere verlegt und die Ionisierungs-

1) K. Molin, Intensitätsverhältnisse in der M-Reihe von Röntgenspektren. Dissertation Upsala 1927.

kammer am äußeren Umfang des Topfes angebracht. Röntgenröhre und Kristallhalter sind am feststehenden Deckel des Topfes montiert, während dieser selbst mit der Ionisationskammer gedreht wird. Ein mit Aluminiumfolie oder Zelluloidhäutchen bedecktes Fenster trennt das Hochvakuum der Röntgenröhre vom Vakuumtopf, der seinerseits direkt, ohne ein weiteres Fenster, mit der Ionisierungskammer kommuniziert. Der Gasdruck in beiden ist für eine bestimmte Wellenlänge bzw. Spektralgebiet passend zu wählen; man kann es dann bei hinreichend langer Kammer leicht erreichen, daß bei relativ geringen Drucken die Ionisierung genügend intensiv ist, während andererseits die Absorption auf dem Wege vom Fenster der Röhre bis zur Kammer nicht merklich stört.

Die Konstruktion des Spektrometers ist in ihren wesentlichen Teilen in Fig. 1 und 2 dargestellt. Der Vakuumtopf, der, wie auch alle

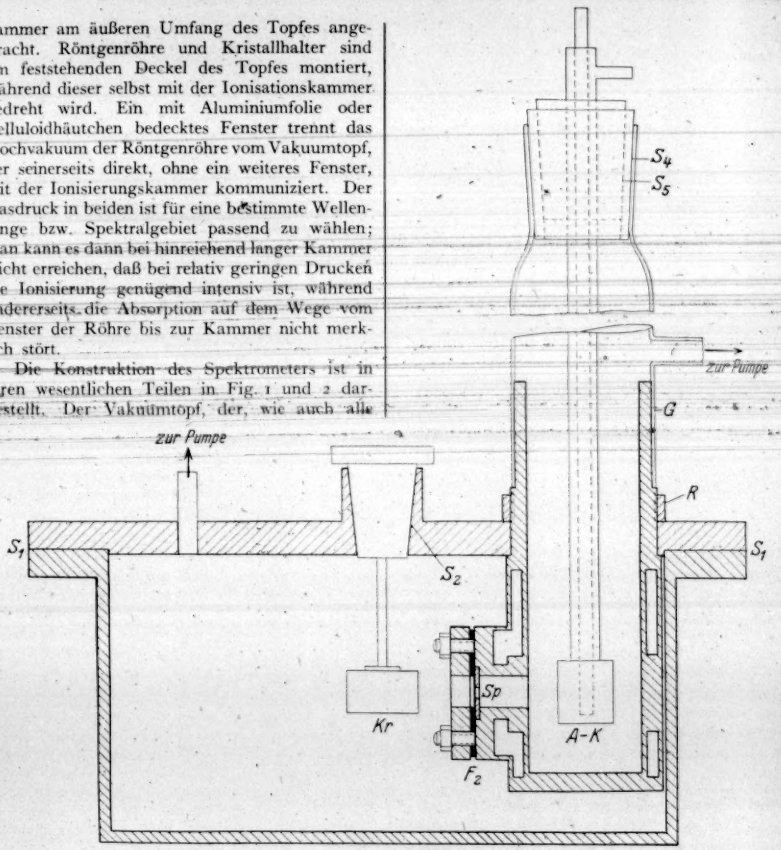


Fig. 1. Vertikalschnitt.

übrigen Teile, aus Messing besteht, hat zylindrische Form mit 15,5 cm Durchmesser und 8 cm Höhe. An seiner Seitenwandung befindet sich ein breiter Flansch F_1 (Fig. 2), an den die Ionisierungskammer angesetzt wird, und zwar in der bisherigen Ausführung mit Gummidichtung und Verschraubung. Sie ist also leicht abzunehmen bzw. auswechselbar und kann in ihrer speziellen Form den jeweiligen Zwecken angepaßt werden. Am oberen Umfang des Topfes befindet sich ein kräftiger, 2 cm breiter Planschliff S_1 zum luftdichten Abschluß gegen den Deckel.

Der Deckel wird an einem seitlich herausragenden (in der Figur nicht gezeichneten) Arm von einem kräftigen Stativ gehalten. Er besitzt in seiner Mitte eine konische Bohrung S_2; ein hier eingesetzter, also von außen drehbarer Schliff trägt von oben her den Kristall Kr. Einzelheiten des Kristallhalters sind in der Figur unterdrückt. Durch eine zweite, größere Öffnung des Deckels ist die Röntgenröhre eingesetzt, deren isolierter Antikathodenansatz nach oben herausragt. Der Vakuumtopf mit Ionisierungskammer wird von unten her gegen den Deckel gesetzt und kann, solange er nicht evakuiert ist, durch besondere Klammern am Rande des Planschliffs gehalten werden.

Die Röntgenröhre mußte unter dem Gesichts-

punkt konstruiert werden, daß nur ein beschränkter Raum für ihre Unterbringung zur Verfügung steht; dabei sollte sie möglichst hoch belastbar sein. Der Röhrenkörper besteht aus einem starkwandigen Messingrohr von 30 mm lichter Weite und ist auf dem größten Teil seiner Länge von einem Wasserkühlmantel umgeben. Er trägt in der (horizontalen) Mittellinie des Spektrometers zwei Ansätze: der eine führt zum Fenster mit Austrittsspalt Sp der Röhre, der andere dient zum Einführen der Kathode K. Dieser ist als Schliff (S_3) ausgebildet, um die Kathode (Glühdraht) leicht auswechselbar zu machen; er ist gegen den Fensteransatz in einem solchen Winkel angeordnet, daß die ganze Kathode im Innern des Vakuumtopfes Platz hat. Da auch die Kathode mit Wasser gekühlt werden muß, ist der Schliff S_3 sehr lang ausgeführt und etwa in der Mitte mit zwei Bohrungen im Mantelschliff versehen. In diese münden die Kühlwasserleitungen; ihnen gegenüber befinden sich zwei entsprechende Bohrungen im Kernkonus, durch die das Kühlwasser in das Innere ein- bzw. ausströmen kann. Die Kühlansätze sind in Fig. 2 um 90° versetzt gezeichnet; in Wirklichkeit verlaufen die Leitungen von oben nach unten. Die Kühlwasserleitungen sind von hier bzw. vom Kühlmantel des Röhrenkörpers durch den Deckel nach außen geführt; sie bestehen aus Kupferrohren, da Schlauchverbindungen hier im Innern natürlich nicht anwendbar sind. Die beschriebene Anordnung der Kathode ermöglicht es, diese herauszunehmen, ohne an den Rohrverbindungen etwas zu ändern. Die Antikathode AK ist durch einen auf den Röhrenkörper aufgekitteten Glasaufsatz G von der übrigen Apparatur isoliert und ebenfalls mit Wasserkühlung versehen. Ihre Fläche steht parallel der Röhrenachse und annähernd senkrecht zum Kathodenstrahl, so daß der Brennfleck in der Beobachtungsrichtung strichförmig erscheint.

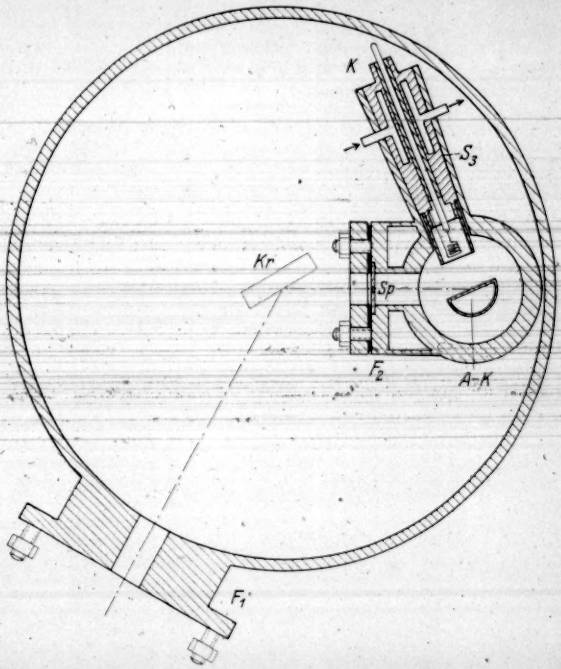


Fig. 2. Horizontalschnitt.

Die Röhre wird, zunächst ohne den Glasansatz der Antikathode, von unten durch die Öffnung des Deckels eingesetzt und dann durch den aufschraubbaren Ring R gehalten. Nachdem sie hiermit der Höhe nach und zugleich auch durch Drehen annähernd in die Richtung Brennfleck—Fensterspalt—Kristallachse eingestellt ist, wird zur Dichtung und Befestigung zugleich eine um den Ring angebrachte Rille mit Pizein ausgegossen und sodann der Glasaufsatz aufgekittet, an dem sich die Verbindung zur Hochvakuumpumpe befindet. Zur genaueren Justierung der Strahlrichtung kann die Antikathodenfläche in horizontaler Richtung verschoben werden. Sie ist zu diesem Zweck oben am Glasteil G durch zwei konzentrische Schliffe S_4 und S_5 gehalten, deren Achsen um einen kleinen, in der Zeichnung nicht bemerkbaren Winkel gegeneinander geneigt sind.

Der Fensterspalt Sp ist in den ebenfalls wassergekühlten Messingansatz der Röntgenröhre eingelassen und kann leicht ausgewechselt werden. Er wird mit Al-Folie (für $\lambda > Al\text{-}K$-Absorptionskante) oder Zelluloidhäutchen (für $\lambda < Al\text{-}K$-Absorptionskante) überdeckt und durch den

Flansch F_2 mit Verschraubung und Gummizwischenlage abgedichtet. Die Entfernung vom Spalt zum Brennfleck beträgt 30 mm, zur Kristallmitte 25 mm. Eine Einhaltung der Fokusierungsbedingung war nicht erforderlich, da mit feststehendem Kristall gearbeitet wird und mehr Wert auf die Erreichung möglichst großer Strahlungsintensitäten gelegt wurde. Die gewünschte Spektrallinie wird durch einen weiteren Spalt beim Eintritt in die Ionisierungskammer aus dem Spektrum ausgesondert.

Die Anordnung hat sich bisher gut bewährt. Die Röhre verträgt, bei Betrieb mit Wechselspannung, leicht eine Belastung von 10 kVolt$_{eff}$ und 30 bis 50 mAmp. Die Messungen konnten bisher ohne Schwierigkeit bis $\lambda = 8{,}32$ A. E. ($Al\,K\alpha$, Gipskristall) ausgedehnt werden; es ist beabsichtigt, zu noch längeren Wellen überzugehen. Über diesbezügliche Einzelheiten und Ergebnisse wird der eine von uns später in seiner Dissertation berichten.

München, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule, August 1929.

(Eingegangen 10. August 1929.)

Zwei Demonstrationsversuche.

Von Josef Zahradníček.

1. Demonstration von großen elektrischen Widerständen.

Zur Demonstration und rohen Abschätzung großer Widerstände eignet sich vorteilhaft die periodische Ladung eines Kondensators und seine Entladung über eine Glimmlampe — Righi 1902 —, in deren Kreis ein lautsprechendes Telephon evtl. mit einem Niederfrequenzverstärker eingeschaltet ist. Die zugehörige Schaltung ist wohlbekannt: Über den gegebenen großen Widerstand R von der Ordnung 10^n Ohm ($n \geqq 6$) wird eine Kapazität C (variabler Drehkondensator mit der maximalen Kapazität etwa 2000 cm) von der Löschspannung E_L der Neonglimmlampe bis zur Zündspannung derselben E_Z aufgeladen und darauf über die Glimmlampe bis zu ihrer Löschspannung wieder entladen; diese Erscheinung der Auf- und Entladung des Kondensators wiederholt sich einmal in der Zeit[1])

$$T = t_A + t_E,$$

wo angenähert

$$t_A = CR \lg \frac{E - E_L}{E - E_Z}, \qquad t_E = R'C \lg \frac{E_Z}{E_L}$$

ist. Dabei bedeutet E die angelegte Spannung, R' den Widerstand der Glimmlampe.

Mit einer Batterie von $E = 120$ Volt ($E > E_Z$) kann man folgende große Widerstände demonstrieren[1]).

Silitwiderstände von 10^5 bis 10^6 Ohm, Widerstand eines Holzstabes 10 cm lang, 1 cm Durchmesser, Widerstände von Sand, Metallfeilspänen, festen Salzen (am besten in Porzellanrohren), Widerstand einer Glas- oder Quarzröhre, Widerstand einer Drahtisolation (Eintauchen in Quecksilber), Widerstand schlecht leitender Elektrolyte (destilliertes Wasser in 2 × 30 cm langem Glasrohr von 1 cm Durchmesser).

Auch der Widerstand von Gasen und Dämpfen z. B. in einer Bunsenflamme, kann so demonstriert werden: Die Elektroden aus Eisenblech in Zylinderform ($2R_1 = 3$ cm, $2R_2 = 1{\cdot}5$ cm, $l = 6$ cm) sind in passende Stative eingesetzt. Brennt eine Bunsenflamme unter den ineinander eingeschobenen und sich nicht berührenden Elektroden, so hört man einzelne Entladungen, deren Frequenz größer wird, wenn man ein Salz, z. B. $NaCl$ in die Flamme bringt.

Widerstand einer Elektronenröhre in der Abhängigkeit von dem Heizstrome kann leicht gezeigt werden. In den Anodenstrom, dessen Batterie eine Spannung von $E > E_Z$ haben muß, kommt der Kondensator C mit der Glimmlampe eingeschaltet. Die Tonfrequenz steigt mit der wachsenden Intensität des Heizstromes[2]).

Bei normaler Temperatur und normalem Druck ist die Spannung von 120 Volt zu niedrig, um den „Widerstand" eines Kondensators — einer Ionisationskammer —, wie es eigentlich in den zwei letzten Fällen war, zu demonstrieren. In solchen Fällen legt man eine höhere Spannung an, z. B. die einer aufgeladenen Batterie, von parallel geschalteten Leydener Flaschen. Es handle sich z. B. um die Geigersche Zählkammer. Die ganze Schaltung ist aus der Nebenfigur sichtbar. Die Apparatur ist ebenso einfach, wie es von T. Wulf[3]) angegeben ist; sie besteht aus einer Batterie Leydnerflaschen etwa $3 \cdot 10^4$ cm Kapazität, aus der Geigerschen Spitzenkammer und einer Glimmlampe — mit zwei ineinandergreifenden Spiralelektroden — oder einer kleinen mit Neon-Helium gefüllten

1) R. Mecke u. A. Lambertz, Physik. Zeitschr. **27**, 86, 1926.

1) L. Bergmann, Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr. **35**, 165, 1922, R. Mecke u. A. Lambertz loc. cit.

2) R. Mecke u. A. Lambertz l. c.

3) T. Wulf, Physik. Zeitschr. **26**, 382, 1925.

Geißlerröhre[1]). Mit einer kleinen Elektrisiermaschine ladet man die Batterie so hoch auf, bis eine selbständige Entladung in der Geigerschen Kammer eintritt, was auf der Glimmröhre leicht zu sehen ist. Die Kapazität der Leydnerflaschen entladet sich langsam durch die Spitzenkammer, bis ihre Spannung von der Zündspannung (der Spitzenkammer) auf die Löschspannung derselben, vermehrt um die Löschspannung der Glimmröhre, sinkt. Dann hört das Selbstentladen auf. Durch Annähern eines Radiumpräparates kann man aber die Geigersche Spitzenkammer anregen; dieselbe entladet sich von neuem durch Ionisationsstöße, was man auf der Glimmlampe verfolgen kann.

Die benutzte Spitzenkammer ist aus einem Messingrohre von 1 · 7 cm Durchmesser, 3 · 5 cm Länge verfertigt, die Spitze ist aus Platindraht von 1 mm Durchmesser, 2 cm Länge; die konische Spitze selbst — gut abpoliert und in einer Bunsenflamme ausgeglüht — hat eine Länge von 4 mm. Vorteilhaft ist es, die Spitze negativ zu laden.

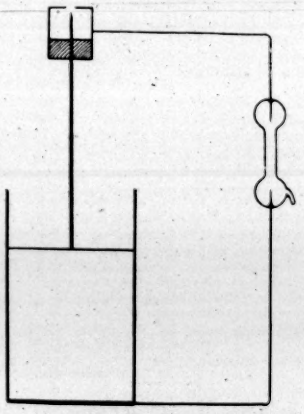


Fig. 1.

Bemerkung: Daß die Frequenz der Intermittenzen der Glimmlampe auch von der Beleuchtung der Elektroden der Glimmlampe abhängt (Photoeffekt), läßt sich in jedem der vorigen Versuche zeigen. Wenn die Lampe mit den Elektroden Kappe-Ring, oder Draht-Zylinder vor dem einfallenden Licht abgeschirmt wird, so verändert sich die Tonfrequenz; im Dunkeln wird die Frequenz größer, weil die Löschspannung wächst. Besonders empfindlich kann man dies beobachten, wenn man zwei parallele auf gleichen Ton abgestimmte Kreise hat und in einem von denselben die Glimmlampe abschirmt[1]).

1) O. v. Baeyer u. W. Kutzner, Zeitschr. f. Phys. 21, 46, 1924.

2. Eine schallempfindliche Flamme.

Der Flammenbrenner ist nach der Drahtnetzmethode von Govi folgendermaßen eingerichtet: Über ein Messingrohr R 20 cm lang, 8 mm im Durchmesser, mit einem Loch von 1,7 mm Durchmesser ist ein Messingrohr M 10 cm lang, 2 cm weit aufgeschoben. Das Rohr M unten gedeckt, oben mit einem siebartigen Deckel D versehen (etwa 200 Löcher pro cm²) hat einen Seitenschlitz 5 cm × 0,8 cm. Über das Rohr M ist ein ähnliches M' geschoben; auch dieses hat ebenso großen Seitenschlitz. Durch Verdrehen des Rohres M' relativ zu M kann der Schlitz auf passende Breite eingestellt werden — etwa 3 mm. Die Entfernung des Rohres R vom Siebe wird so gewählt, daß die

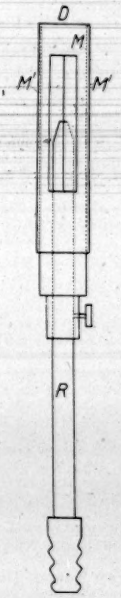


Fig. 2.

1) H. Greinacher, Physik. Zeitschr. **26**, 376, 1925; **27**, 402, 1926.

Flamme möglichst empfindlich ist; für tiefere Töne ist diese Entfernung etwa 5 cm, für höhere bis 2 cm. Die Länge der Flamme muß auch passend gewählt werden, was man leicht mit einem kleinen Pfeifchen ausprobiert. Besonders empfindlich ist die Flamme in dem Zustande, wenn die längere nicht leuchtende Flamme in eine kürzere leuchtende übergeht.

Man überzeugt sich leicht, daß diese Flamme auf Luftbewegungen, nicht auf Druckunterschiede anspricht; an einer Wand, im Knoten, brennt die Flamme ruhig und leuchtend, in den Bäuchen unruhig und nichtleuchtend, in den Bäuchen verkleinert sich die Flamme, in den Knoten wird sie länger.

Diese Flamme hat einen weiten Resonanzbereich, sie ändert ihre Empfindlichkeit mit der Zeit nicht, sie deformiert auch nicht (wegen ihrer kleinen Dimensionen) die Verteilung der akustischen Energie im Raume, d. i. das akustische Schallfeld; sie ist bei niedrigem Gasdruck anwendbar.

Mit der beschriebenen einfachen Vorrichtung kann man leicht folgende akustische Versuche vorführen:

1. Stehende Schallwellen, nicht nur in der Nähe der Wand, sondern auch weiter davon; bewegt man die schallempfindliche Flamme in einem Schallstrahle, so merkt man die Stellen, wo die Flamme ruhig leuchtet — die Halbwellenlänge. Man bewegt die Flamme auch in anderen Richtungen und sucht die Stellen gleicher Phase auf.

2. Störungen im Schallfelde durch fremde Körper, die man der ruhig leuchtenden Flamme nähert, z. B. eine Glasscheibe (Schallschatten oder Schallreflexionen je nach der Stellung der Scheibe). Wenn die Flamme an einer Stelle unruhig brennt, kann man mit einem über die Flamme gestülpten Glaszylinder einen Schallschatten zeigen.

Auch andere ähnliche akustische Versuche können leicht mit der vorigen Apparatur demonstriert werden[1]).

1) Vergleiche Rosenberg, Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr. **29**, 181, 1916, Mache, Physik. Zeitschr. **20**, 467, 1919.

Physikalisches Institut der Masaryk-Universität Brünn.

(Eingegangen Mai 1929.)

BESPRECHUNGEN.

Gmelins Handbuch der anorganischen Chemie. Herausgegeben von der Deutschen Chemischen Gesellschaft. Systemnummer 21: Natrium. Gr.-8°. LI u. 992 S. Mit 75 Fig. 8. Aufl. Berlin, Verlag Chemie G. m. b. H. 1928. RM 150.—.

Der Band „Natrium" des Handbuches der Anorganischen Chemie war wieder, wie seinerzeit der Band „Chlor", einer, dem man mit besonderem Interesse entgegensehen durfte, eine von den großen Aufgaben hinsichtlich Umfang wie Universalität des Inhalts. Diese Aufgabe hat die R. J. Meyersche Redaktion mit der nunmehr schon gewohnten Meisterschaft gelöst. Die physikalischen und chemischen Eigenschaften des Natriums und seiner zahlreichen Verbindungen finden in der ausgezeichneten Systematik des Handbuches ebenso erschöpfend wie übersichtlich ihren Platz.

Zu diesen schon geläufigen Aufgaben trat hier erstmalig eine, die bei einer Reihe von Bänden noch wichtiger werden wird, und für deren Lösung hier das erste größere Beispiel vorliegt: die Stellungnahme zu einem gewaltigen technologischen Material. Der im Vorwort des Gesamtwerkes ausgesprochene Grundsatz „den rein chemischen Gehalt von technischen Abhandlungen für das Handbuch möglichst gründlich zu verwerten", ist hier das erstemal durch Heranziehung eines außerhalb der Redaktion stehenden Mitarbeiters aus der Technik (M. Hosenfeld) gelöst worden. Es handelt sich um die Abschnitte über die technische Darstellung von Natriumhydroxyd, Natriumhypochlorit, Natriumchlorat und Natriumperchlorat, also das Gesamtgebiet der technischen Alkalichloridelektrolyse. Auf diese Abschnitte sei dementsprechend besonders hingewiesen. Das Wesentliche an technischen Verfahren ist in ihrerseits wohl unterteilten ausführlicheren Besprechungen herausgestellt, für die übrigen Vorschläge bewährt sich auch hier das System tabellarischer Zusammenstellungen. Es scheint auf diesem Wege vollkommen zu gelingen, nicht nur dem wissenschaftlichen, sondern ebenso dem technisch arbeitenden Benutzer des Handbuchs sein Material an die Hand zu liefern.

G.-M. Schwab.

A. Schmauss u. A. Wigand, Die Atmosphäre als Kolloid. Gr.-8°. 74 S. m. 10 Fig. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn A. G. 1929. RM 4.80.

Nachdem der erstgenannte der Verfasser seit 1919 in vier Aufsätzen der Meteorologischen Zeitschrift mit stets wachsender Nachdrücklichkeit und Überzeugungskraft auf die Analogien, ja manche Verwandtschaften zwischen Witterungsvorgängen und kolloidalen Vorgängen, zwischen Stabilität und Instabilität kolloider Lösungen und „Aerosolen" eingetreten ist, hat er — als Meteorologe — nunmehr in Begleitung eines Physikers, eines Luftelektrikers, die „Welt der vernachlässigten Dimensionen" betreten durch einheitliche Betrachtung der Atmosphäre als Kolloid. Als Frucht dieser glücklichen Zusammenarbeit zweier in ihren Wissenschaften von jeher mit Weitblick und genialen Gedanken führender Männer liegt hier ein durch Vielseitigkeit und Umfang des verarbeiteten wissenschaftlichen Materials ausgezeichnetes, für die fernere Entwicklung der Meteorologie

wohl epochemachendes, der Theorie, Praxis und dem Experiment neue Wege weisendes Werk vor, welches weite Beachtung zu erwecken nicht verfehlen wird. Freimütig gestehen die Verfasser, daß die Witterungserscheinungen nicht ausschließlich durch dynamische und thermodynamische Vorgänge in der Atmosphäre erklärbar sind, sondern für eine exakte Wettervorhersage noch die Kenntnis gewisser ausschlaggebender Faktoren nötig ist, welche sie in den Suspensionen und — wie in der Kolloidchemie und anderen Disziplinen (Hormone, Vitamine) — in „quantitativ Unbedeutendem, das bedeutungsvoll werden kann", suchen. Hierzu einerseits die Hilfe der Kolloidforscher anzurufen, andererseits der Meteorologen Aufmerksamkeit auf die Kolloidforschung zu lenken, bezeichnet den Endzweck des Buches.

Die Atmosphäre stellt nur in Ausnahmefällen, nach lange anhaltendem Regen oder Schneefall, ein molekular-disperses, gewöhnlich aber ein kolloid-disperses System dar: Gas als Lösungsmittel, in ihm gelöst oder suspendiert feste oder flüssige Stoffe in feinster Verteilung. Die Teilchengröße ist bei diesem „Aerosol" ebenso entscheidend wie bei den Hydrosolen. Schon die Kleinionen, von sechs- bis neunfacher Größe des Sauerstoffmoleküls und vermutlich nur eine Elementarladung tragend, können nicht mehr als molekulardispers im Luftmedium angesehen werden. Großionen, entstanden durch Anlagerung von Kleinionen an kleine flüssige oder feste neutrale Teilchen, entsprechend einer Zusammenballung von tausenden von Molekülen, vom Durchmesser $2{,}10^{-5}$ bis $5{,}10^{-6}$ cm, massenhaft vorkommend in der Stadtluft, wohl auch intermediäre Ionen, dazu Staub, kosmischer und irdischer, organischer und anorganischer, und Hydrometeore von den feinsten, eben noch dem Auge als Dunst erkennbaren Ausscheidungen ($2{,}5 \cdot 10^{-5}$) bis zu Nebel- und Wolkenelementen ($5{,}10^{-4}$ bis $1{,}10^{-2}$) und Eisstaub ($5{,}10^{-4}$ bis $2{,}10^{-3}$) bilden die Aerokolloide. Besitzen hiernach die Teilchengrößen und Teilchenabstände teilweise auch eine andere Größenordnung als in den Hydrosolen, so sind auch ganz andere Ladungen der fein verteilten Materie möglich, bis zu mehreren 1000 Elementarladungen pro Tröpfchen. Im Hydrosol ist es das Wassermedium, welches mit seiner hohen Dielektrizitätskonstante als wesentliche Ursache am Zustandekommen der elektrischen Eigenschaften beteiligt ist: dadurch wird die elektrische Doppelschicht am Kolloidteilchen und seine Aufladung bei der Adsorption elektrolytischer Ionen bestimmt. Beim Aerosol, wenn es sich (wie meist in der Atmosphäre) um ein Wasser-Aerosol handelt, hat die disperse Phase die hohe Dielektrizitätskonstante. Die elektrische Doppelschicht liegt mit ihren beiden Belegungen in der Oberflächenschicht des Wassertröpfchens.

In der Atmosphäre hat man durch optische, mikroskopische und Aspirationsmethoden Gelegenheit, das Wachstum von molekularen Größen bis zu wahrnehmbaren Dimensionen zu verfolgen. Was beim molekulardispersen System die Diffusion, beim Kolloid die Brownsche Bewegung ist, ist für das grobdisperse System der Atmosphäre die Turbulenz. Besser als die Hydrosole sind die Aerosole erforschbar, was bereits Kohlschütter betonte und ein naheliegendes Analogon hat in der Entwicklung der Elektrizitätslehre: das Studium der einfachsten elektrischen Vorgänge in den Gasen erbrachte die tiefste Erkenntnis. So besteht vielleicht Hoffnung, daß das Studium der Aerosole dem der Hydrosole überlegen werden wird, und dann aus „Regeln" häufig „Gesetze" und aus „Wahrscheinlichkeit" häufig „sichere Berechnung" werden wird.

Nur einige wenige der zahlreichen wertvollen Ergebnisse dieser Auffassung der Atmosphäre als Kolloid seien beispielsweise erwähnt:

Die vierfache Erklärung der Anordnung der Wolken nach Etagen, über deren Ursache man bisher noch wenig wußte, durch verschiedenen Turbulenzgrad, Stabilität und Instabilität bestimmter Tropfengrößen, etagenartige Höhenverteilung der Kernzahlen, Zonen verschiedener Kerngattungen: Zone des Magnesium-Natrium, des Ammoniumnitrat, des Ozon usw.

Die doppelte Deutung der sehr auffälligen Möglichkeit der Existenz flüssiger Wolken in Höhen über 6 km durch weitgehende Unterkühlung des Wassers und durch den Salzgehalt der Wolkenelemente.

Die einleuchtende Erklärung des urplötzlichen Entstehens von Cirri am ganzen Himmel bei Sonnenaufgang durch Steigerung der Aggregationen unter dem Einfluß photoelektrischer Kräfte, entsprechend Kohlschütters Versuch am faserbildenden Rauch und Gockels Experiment der Veränderung der Zahl und Größe von Springbrunnentröpfchen durch Annäherung einer geriebenen Siegellackstange.

Die Unterscheidung der verschiedenen Ursachen des großen Kreislaufs des Wassers in Gestalt von direkt vom Meere stammenden Niederschlägen und des kleinen Kreislaufs, welcher das vom Festlande satmmende Wasser nochmals umsetzt, durch die zwei Hauptgruppen von Kondensationskernen, nämlich die vom Meere stammenden salzhaltigen und die vom Lande stammenden pollenhaltigen.

Die Betonung der Wichtigkeit der Aufzeichnung der variablen Stärke der Radiogramme (Luftparasiten) als prominente elektrische Charakteristika definierter Luftkörper, welche nach genügender technischer Erprobung eine internationale Kooperation in Anlehnung an das internationale meteorologische Netz verlangen.

Der manchen Herren Physiologen zur besonderen Beachtung empfohlene Satz über die verschiedene solbildende Kraft der Atmosphäre auch im Zimmer und damit Wetterreaktion und Klimawirkung keineswegs ausschließlich im Freien.

Wie denn ganz allgemein die von den Verfassern schon durchgeführten und ferner zahlreich sich aufdrängenden Anwendungsmöglichkeiten der Betrachtungsweise der Atmosphäre als Kolloid viel der Klimaphysiologie nutzbar zu machendes enthalten. In den „Oberflächenwirkungen" berührt sie sich eng mit den Vorstellungen Pincussens über Vermehrung der Strahlenwirkung durch Quellung (bei Kaliumsalzzuführung zum biologischen Objekt), d. h. Oberflächenvergrößerung und damit wachsende Lichtabsorption, in der „Alterung der Aerosole" mit den Vorstellungen Dessauers und Schwerins über Keimwirkungen, d. h. Sammelwirkung gröberer Teilchen auf kleinere, und noch enger verwandt sind die Gedanken mit denen der Prager Schule Kellers, Fürths, bei ihren Mikroelektroanalysen lebender Gewebe.

Das skeptische Urteil „kaum werden wir der Atmosphäre im Experiment beikommen können", vermag der Ref. nicht voll zu unterschreiben. Green hat durch Kombination der ultramikroskopischen mit Aitkens Kondensationsmethode und photographischem Verfahren die Coagulation von Wolkenelementen schon stundenlang verfolgen und auf diese Weise Smoluchowskis theoretisches Gesetz „die reziproke Teilchenzahl nimmt mit der Zeit linear zu" experimentell bestätigen können. Wohl denkbar erscheint ein umfangreiches, von nicht hygroskopischen Isolatoren als Wänden begrenztes Versuchslaboratorium, in welchem die mannigfaltigsten Aerosole auf mannigfaltigste Weise untersucht werden könnten nach Bil-

dung, stationärem Gleichgewicht, Auflösung, wobei neben der Elektrizität auch der Strahlung zu gedenken wäre, der vom Wasserdampf absorbierbaren (insbesondere auch der ganz langwelligen), der vom Sauerstoff absorbierbaren und besonders der kurzwelligen Ultraviolettstrahlung. Der gegenwärtige Aus- und Neubau der Großborsteler Versuchsanstalt böte den rührigen Hamburger Forschungsinstituten Gelegenheit zur Verwirklichung solcher Idee.

C. Dorno.

Quantentheorie u. Chemie (Leipziger Vorträge 1928). Herausgegeben von Privatdozent Dr. H. Falkenhagen. (Physikal. Institut, Universität Leipzig). 142 S. Mit 29 Fig. im Text und auf drei Tafeln. Leipzig, S. Hirzel. 1928. Kart. RM 10.—

Das Büchlein enthält folgende, auf der Leipziger Tagung im Juni 1928 gehaltene Vorträge: W. Kossel: Die molekularen Vorgänge beim Kristallwachstum; C. N. Hinshelwood: Probleme der Energieübertragung in der chemischen Reaktions-Kinetik; F. London: Quantentheorie und chemische Bindung; P. A. M. Dirac: Zur Quantentheorie des Elektrons; E. Fermi: Über die Anwendung der statistischen Methode auf die Probleme des Atombaues; A. Eucken: Wärmeleitfähigkeit von Nichtmetallen und Metallen; N. V. Sidgwick: Die Rolle des Elektrons in der chemischen Bindung.

Unter ihnen behandeln die Arbeiten von London, Dirac, Fermi und Sidgwick das engere, durch den Titel des Sammelbändchens gekennzeichnete Thema. London entwickelt die neueren, an Schrödingers wellenmechanische Theorie der „Ladungswolke" und das Paulische Prinzip anknüpfenden Probleme der gegenseitigen Kraftwirkung der Atome und diskutiert die, von ihrer Kopplung abhängigen Resonanzbeziehungen sowie deren Bedeutung für die chemische Valenzbetätigung, die spektroskopischen Multiplizitäten und die Reaktionskinetik. Dirac entwickelt in etwas loserem Zusammenhang mit chemischen Erscheinungen die Theorie des im elektrischen Feld bewegten Elektrons; insbesondere wird eine relativistische Ableitung des Elektronen-„Spin"s gegeben und auf die Spektren der Alkali-Elemente angewendet. Einen interessanten Einblick in die Welt der spektroskopischen und valenzchemischen Erscheinungen gibt Fermi mit der Anwendung seiner Statistik des entarteten Gases auf die, den Atomkern umgebenden Elektronen; er gelangt zu überraschend richtigen Näherungsformeln für die Bildung der Elektronengruppen im periodischen System, die Röntgenterme und optischen Termwerte, die Intervalle der optischen und Röntgenmultipletts, die Intensitätsverhältnisse der Serienlinien, die Gruppenanordnung der seltenen Erden und die Elektronenaffinität der Halogene. Sidgwick leitet aus Betrachtungen über die Anordnung der Valenzelektronen Regeln für die, in vielen chemischen Verbindungen sich betätigenden Kovalenzen ab.

Hinshelwood betont die wichtigen Probleme des zeitlichen Verlaufs der Elementarprozesse, die in ihrem Zusammenspiel dem Ablauf chemischer Reaktionen zugrundeliegen und präzisiert die wichtigsten Fragen, die der Physiker auf diesem Gebiete noch zu lösen hat. Im loseren Zusammenhang mit der Quantentheorie steht der Beitrag von Eucken; jedoch vermittelt die, für die Wärmeleitfähigkeit fester Körper (Einkristalle und kristalline Aggregate) zur Beschreibung der dabei stattfindenden Korpuskularbewegungen entwickelte Theorie der elastischen Phasenwellen einen formalen Anschluß an die analoge Zuordnung beider Vorgänge in der neuen Quantenmechanik.

Noch ferner dem Hauptthema liegt die interessante Abhandlung von Kossel, in der nach Diskussion der Unzulänglichkeit der früheren theoretischen Überlegungen über die Phänomene des Kristallwachstums eine, auf die molekularen Einzelvorgänge zurückgehende Betrachtung des schrittweisen Aufbaus eines Kristalls aus der Lösung, der verschiedenen geometrischen Anlagerungsmöglichkeiten und damit verknüpften energetischen Elementarprozesse gegeben wird. Die, den verschiedenen Energiebetrag an Kanten, Ecken, Inselflächen usw. der Kristallbegrenzung deduzierenden Ausführungen stellen einen wichtigen quantitativen Fortschritt für das Studium der Oberflächenfeinstruktur und damit der chemischen Reaktionsfähigkeit fester Substanzen dar.

Trotz oder gerade wegen seines heterogenen Inhalts ist das Büchlein für den Physiker recht lesenswert; es regt zu gedanklichen Kombinationen an und zeigt, auf wie vielen Wegen sich heute die Schwesterwissenschaften Physik und Chemie begegnen.

W. Frankenburger.

E. Lecher's Lehrbuch der Physik für Mediziner, Biologen und Psychologen. Fünfte Auflage bearbeitet von St. Meyer u. E. Schweidler. Gr.-8°. 469 S. 524 Fig. Leipzig, B. G. Teubner. 1928. Preis geb. RM 18.—

Daß das vorliegende Lehrbuch innerhalb von 16 Jahren in 5 Auflagen erscheinen konnte, beweist zum mindesten ein Bedürfnis, wenn auch an sich noch nicht die innere Berechtigung einer Sonderdarstellung der Physik für Mediziner. Nun besteht wohl Einmütigkeit darüber, daß die Mediziner die allgemeine Vorlesung über Physik, und nicht eine für die besonderen Fachbedürfnisse zurechtgestutzte hören müssen, wenn wir nicht der medizinischen Fachschule vor der Universität den Vorzug geben wollen. Ein Lehrbuch neben der Vorlesung kann aber nicht entbehrt werden, allein schon um die Vorlesung von dem in der Schule gebrachten Stoff entlasten zu können. Bei einem solchen Lehrbuch scheint uns nun in der Tat eine besondere Berücksichtigung der Bedürfnisse bestimmter Fachgruppen nicht nur zulässig, sondern sogar erwünscht und notwendig. Für alle diejenigen, denen Physik nur Hilfswissenschaft ist, muß aus wirtschaftlichen und Übersichtsgründen der Stoff auf beschränktem Raum und daher in Auswahl geboten werden. Unbedingt ist dabei zu fordern, daß ein solches Buch vom Fachphysiker und nicht vom Mediziner verfaßt wird, wenn man den zahllosen Fehlern und Schiefheiten entgehen will, von denen leider weit verbreitete „Repetitorien" der Physik für Mediziner wimmeln. In diesem Sinne scheint uns das Lechersche Buch auch volle sachliche Berechtigung zu haben und ausgedehnter Verbreitung wert zu sein.

In der Neubearbeitung von Meyer und Schweidler hat sich das Buch weiter vervollkommnet. Wir möchten empfehlen, künftig noch unbedenklicher veraltete und bedeutungslos gewordene Abschnitte fortzulassen, um Platz für Wichtiggewordenes zu gewinnen.

So glauben wir, daß in der nächsten Auflage eine Behandlung der Quantenphysik, wenigstens so-

weit sie zum Verständnis der photochemischen und damit auch therapeutischen Strahlungswirkungen erforderlich ist, Platz finden sollte; auch eine Tafel des periodischen Systems wird man heute ungern missen; zu rechtfertigen wäre ferner wohl ein tieferes Eingehen auf physikal.-chem. Fragen, wie etwa Reaktionsgeschwindigkeiten, da die Mediziner im allgemeinen keine gesonderte physikalische Chemie betreiben.

Erneuerungsbedürftig erscheinen uns die Abschnitte über Schwingungen, sowohl in der Akustik wie in der Elektrizität. Es stehen hier heute andere Dinge im Vordergrund, als noch in der vorliegenden Auflage behandelt sind; auch scheinen uns die Verhältnisse durch die technische Entwicklung durchsichtiger und übersichtlicher geworden zu sein.

Um den Umfang nicht zu vermehren, möchten wir die Streichung einzelner Abschnitte anregen, die weder grundlegende physikalische noch medizinische Bedeutung besitzen; wir nennen beispielsweise Pyro- und Piezoelektrizität, galvano- und thermomagnetische Erscheinungen, Magnetostriktion, Faradayeffekt, chromatische Polarisation, zirkulare Lichtschwingungen.

Wir würden es warm begrüßen, wenn sich die Bearbeiter bei der nächsten Auflage zu einem weitergehenden Verzicht auf entbehrliche Fremdwörter entschließen könnten. Die medizinischen Fachveröffentlichungen sind heute derart von unnötigen Fremdwörtern durchseucht, daß Sprachreinheit physikalischer Lehrbücher einen heilsamen Einfluß auf die Medizinstudierenden haben könnte.

Grundzug des vorliegenden Lehrbuches ist das Bestreben, ein Verständnis physikalischer Apparate und Meßverfahren und zugleich der physikalischen Erscheinungen in der Umwelt zu vermitteln; demgegenüber tritt die physikalische Forschung, die folgerichtige Ableitung und die Verknüpfung der Einzeltatsachen bewußt zurück. Im Hinblick auf die notwendige Beschränkung im Raum und auf den Zweck des Buches können wir uns mit dieser Einstellung einverstanden erklären und zusammenfassend das Buch warm empfehlen. Gudden.

A. Sacklowski, Die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen. (2. Band der Einzeldarstellungen aus der elektrischen Nachrichtentechnik.) Mit einer Einführung von K. W. Wagner. XII u. 129 S. Mit 46 Fig. 1. Aufl. Berlin, Weidmannsche Buchhandlung. 1928. RM 4.50, geb. RM 6.—.

Das mit Unterstützung der Heinrich-Hertz-Gesellschaft herausgegebene Buch hilft einem lange empfundenen Mangel ab. Der Verf. hat das über Wellenausbreitung vorhandene umfangreiche Material zu einer einheitlichen Darstellung zusammengetragen und in die Form eines handlichen kleinen Nachschlagewerkes gebracht. Ein Blick in das beigegebene Literaturverzeichnis läßt erkennen, welche Mühe hier aufzuwenden war: nicht weniger als 474 Arbeiten sind zitiert.

Die Behandlung des Stoffes erfolgt in der Weise, daß zunächst die experimentellen Grundlagen erörtert werden. Einen breiten Raum nimmt dabei die Darstellung der verschiedenen Methoden der Feldstärkemessung für lange und mittlere Wellen ein, abschließend mit dem von Anders angegebenen nach dem Stromwandler-Prinzip arbeitenden Verfahren. Das nächste Kapitel beschäftigt sich mit den Ergebnissen und Folgerungen aus den Messungen. Nach Erörterung des Einflusses von Tages- und Jahreszeit wird über die Aufstellung von Ausbreitungsformeln für lange und mittlere Wellen berichtet. Mit besonderer Ausführlichkeit werden hier die Arbeiten von Austin gebracht, sowie die ausgedehnten Versuche von Round, Eckersley, Tremellen und Lunnon. Anschließend folgt ein Abschnitt über die Ausbreitung der kurzen Wellen, ein weiterer behandelt Schwunderscheinungen, Polarisationen und Richtempfang.

Der zweite Teil des Buches bringt dann eine Übersicht über die Ausbreitungstheorien, gegliedert nach den verschiedenen für die Rechnung gemachten Annahmen. Ausgehend von der Hertzschen Formel werden zunächst diejenigen Arbeiten herangezogen, welche ohne Annahme einer leitenden Schicht ansetzen. Namen wie Sommerfeld, Zenneck und van der Pol stehen hier an erster Stelle. Anschließend folgt dann ein Abschnitt über die Theorien, welche die Existenz einer leitenden Schicht ihren Rechnungen zugrunde legen. Den Schluß bildet ein kurzer Bericht über die Interferenzversuche von Appleton und Barnett sowie über die von Quäck beobachteten Doppel- und Mehrfachzeichen.

Die Darstellung ist stets klar und übersichtlich gehalten und wird durch eine große Zahl von Figuren wirksam unterstützt. Besonders angenehm wird diese Klarheit empfunden bei Behandlung der zahlreichen Methoden der Feldstärkemessung für lange und mittlere Wellen. Für dieses Wellengebiet ist in der Tat alles wesentliche Material in großen Zügen mitgeteilt. Dagegen sind die kurzen Wellen etwas gar zu kurz weggekommen, mit Rücksicht auf das große Interesse, welches man ihnen heute von seiten der Theorie sowohl als der Praxis entgegenbringt. Es sei zugegeben, daß es hier besonders schwierig ist, das umfangreiche sich teilweise widersprechende Material in eine zusammenfassende Darstellung zu bringen. Immerhin wirkt es etwas befremdlich, wenn z. B. (auf Seite 50) behauptet wird, daß zwischen langen und kurzen Wellen „in bezug auf die Schwunderscheinungen keine wesentlichen Unterschiede bestehen". Das gleiche gilt von der (auf Seite 58 gemachten) Angabe, daß sich die Schwunderscheinungen bei den kurzen Wellen „erst in Entfernungen von einigen hundert Kilometern, außerhalb der toten Zonen" bemerkbar machen. Daß dies — leider! — nicht der Fall ist, wird jeder wissen, der einmal einen Kurzwellensender auf nächste Entfernung beobachtet hat.

Auf alle Fälle wird aber das kleine Werk jedem Hochfrequenztechniker und auch dem Physiker sehr willkommen sein. Es ist zu hoffen, daß dieses Buch mit der weiteren Entwickelung Schritt hält und daß beim nächsten Erscheinen auch die kurzen und kürzesten Wellen den ihnen gebührenden Platz zuerteilt bekommen. K. Krüger.

H. Dingler, Das Experiment, sein Wesen und seine Geschichte. Gr.-8°. 263 S. München, E. Reinhardt. 1928. RM 8.80.

Die Einleitung zeigt kurz, wie in dem griechischen und dem mittelalterlichen Denken das Konstante gesucht wurde, um mit seiner Hilfe das Veränderliche zu erfassen. Der Begriff des Konstanten spielt nun die Hauptrolle in der Auffassung des Experimentes. Mit Hilfe der unmittelbaren Relationserkenntnis von Gleichheit und Verschiedenheit definieren wir gewisse Formgestalten relativ zu uns. Z. B. die Ebene soll so sein, daß es uns unmöglich ist, sowohl im ganzen

als an irgendeiner Stelle ihre beiden Seiten an sich selbst zu unterscheiden. Diese Formen, deren wesentlichste Ebene, Gerade und starrer Körper sind, sind eindeutig und reproduzierbar. Da in der Eindeutigkeit des Körpers liegt, daß er sich bei Bewegung nicht ändert, so ist darin die euklidische Geometrie mitgegeben, trotzdem die Form ursprünglich ohne Rücksicht auf irgendeine Geometrie gebildet wurde. Die Geometrie unseres Raumes ist also euklidisch. Der Physik bleibt es aber unbenommen, nichteuklidische Geometrien einzuführen, deren Auswirkungen jenseits der momentanen Genauigkeitsgrenze liegen. Entsprechend bilden wir uns Wirkungsgestalten, wie Zeit, Nahewirkung, Fernwirkung, Masse, Kraft, freier Fall, Pendel usw. Alle diese Elementargestalten finden wir in der wirklichen Welt wieder. Sie sind in ihr der Möglichkeit nach. Darum entsprechen alle direkten Messungen genau ihren Definitionen. Alle anderen Messungen beruhen auf purer Theorie. Mit ihrer Hilfe fangen wir also die Wirklichkeit so in konstante Formen ein, daß wir sie dadurch in die Hand bekommen und beherrschen. Das ist der Sinn der experimentellen Forschung. Die Mechanik ist also gar keine eigentliche Physik, sondern sie liefert die Mittel, um Physik im obigen Sinne zu treiben. Wir werden auch gar nicht von der Natur zu einem solchen Vorgehen gezwungen. Aber der tatsächliche Gang der Physik ist so. Der letzte Teil des Buches enthält eine Geschichte des Experimentes.

Der Grundfehler dieses frisch, geschickt und anregend geschriebenen Buches besteht darin, daß es gewisse elementare logische und ontologische Dinge übersieht. Wir können solche Definitionen geometrischer Gegenstände nicht bilden, wie Verf. meint, sondern wir müssen schon vorher solche Gegenstände „haben", um über sie etwas derartiges aussagen zu können. Die anderen Elementargestalten sind dann notwendig teils Zuordnungen solcher Gegenstücke zur realen Welt, teils Idealisierungen von vorgefundenen Bestimmtheiten, wenn man dazu die Phänomenologie dieser Welt in Rücksicht zieht. Das Buch des Verf. stellt sich, so sehr es inhaltlich sui generis ist, dennoch in eine Reihe mit fast sämtlichen anderen Arbeiten zur Philosophie der Physik: es fehlen ihnen allen primitive logische und ontologische Einsichten.

Aloys Müller.

L. Olschki, Galilei und seine Zeit. (Geschichte der neusprachlichen wissenschaftlichen Literatur 3. Bd.) Gr.-8°. VIII u. 479 S. Halle, M. Niemeyer. 1927. RM 20.—, geb. RM 22.—.

Zweierlei charakterisiert das Buch schon äußerlich. Einmal will es auch die Zeit Galileis darstellen. Ganz prachtvoll ist die Zeichnung der Vorbereitung. Als Gegenstück tritt Giordano Bruno auf. Nicht der Scheiterhaufen, sagt O. mit Recht, zerstörte sein Werk, sondern die zähe Arbeit derer, die die Geheimnisse der Natur durch Messen, Zählen und Wägen zu enträtseln versuchten. Dann folgt die lebendige Schilderung, wie langsam an den Grenzen der Kultur des 16. Jahrhunderts mathematisches und mechanisches Wissen wuchs, still und wenig beachtet von der offiziellen Wissenschaft, so daß Galilei, als er auftrat, mit einem Schlage eine geistige Gemeinde Gleichgesinnter besaß. Fürs zweite will das Buch als Glied einer größeren Darstellung die Arbeit Galileis vorzüglich vom literarischen Standpunkt aus würdigen. Darum hören wir auch von seinen ästhetischen und künstlerischen Ideen u. a. Darum ist auf die literarische Analyse der Schriften besonderer Wert gelegt. Diese Tendenz bezieht das Werk Galileis einsichtig in die Gesamtkultur seiner Zeit ein. Das Buch bietet zweifellos die tiefste Erfassung Galileis, die wir bisher besitzen. Seine Eigenart grenzt es selber (S. 125 ff.) gegen die Arbeiten anderer ab, wobei den Schmähschriften von Adolf Müller die nötige Abfuhr zuteil wird. Überall ist es vorsichtig und gerecht im Urteil, läßt alle leidigen Streitigkeiten möglichst beiseite und versucht mit umfassendsten Aspekt die Einordnung Galileis in die geistige Kultur. Als ein besonders interessantes Ergebnis sei erwähnt, daß es zeigt, wie die Sonderentwicklung der Einzelwissenschaften im 17. Jahrh. in Italien von der Verurteilung Galileis bestimmt ist. Ich glaube allerdings, daß noch nicht alle Gesichtspunkte herausgearbeitet sind. Auf einiges, was den Streit um das kopernikanische System betrifft, habe ich schon vor langer Zeit hingewiesen (Zur Beurteilung Galileis, Tübinger Theol. Quartalschrift 1910, S. 565 bis 586), woraus der Verf. auch ersehen mag, daß die Pamphlete von Adolf Müller aus seiner eigenen Kulturschicht heraus auch scharfe Abweisung erhielten. Genau wie bei Wohlwill genügt auch hier die Darstellung und Beurteilung der Gezeitentheorie Galileis nicht (vgl. meine Schrift „Theorie der Gezeitenkräfte" 1916, S. 74—81). Aloys Müller.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität München Dr. Alfred Bertho (bisher in Heidelberg) für Chemie.

Ernannt: Der a. o. Professor an der Universität Münster Dr. Erwin Ott zum ord. Professor für organische Chemie und organisch-chemische Technologie an der Technischen Hochschule Stuttgart, der Privatdozent an der Universität Innsbruck Dr. Heinrich Schatz zum a. o. Professor der Mathematik ebenda.

Gestorben: Der ord. Professor der Experimentalphysik und Direktor des Physikalischen Instituts der Masaryk-Universität in Brünn Dr. Bedřich Macků.

Angebote.

JUNGERER
PHYSIKER
ungarischer Staatsbürger,
für industriellen Betrieb
gesucht

Offerten mit Lebenslauf u. Gehaltsansprüchen unter S. H. 17 an den Verlag dieser Zeitschrift

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig